УДК 621.391.3

Гороховський Є. П., Зіненко Ю. М., Крючкова Л. П., Борисенко І. І.
Державний університет телекомунікацій

БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНА ОПТИМІЗАЦІЯ СИСТЕМ УПРАВЛІННЯ ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНИМИ МЕРЕЖАМИ

Розглядається метод багатокритеріальної оптимізації, який дозволяє здійснити векторний синтез системи управління телекомунікаційними мережами. Задача векторного синтезу зводиться до того, щоб з множини строго допустимих точок вибрати точку (систему) з найкращим значенням вектора показників якості К. При цьому передбачається, що поняття "найкращого вектора К" уточнюється, виходячи з умови задачі.

Ключові слова: *телекомунікаційна мережа, система управління, багатокритеріальна оптимізація, векторний синтез, оптимальна поверхня*

Вступ

Одним з ключових напрямків розвитку сучасного суспільства є формування інтегрованого інформаційного простору на основі новітніх інформаційних технологій. Потреба підвищення пропускної здатності та швидкодії телекомунікаційних мереж постійно зростає. Це обумовлює необхідність створення більш досконалих систем управління складними системами з наступними характеристиками [1]:

– можливість управління складними системами, які характеризуються великою кількістю різнорідних елементів і взаємозв'язків;

– гарантоване збереження конфіденційності оброблюваної інформації;

– забезпечення управління слабо детермінованими впливами: основні елементи інформаційної системи можуть по-різному реагувати на однаковий вплив;

– технологічна відкритість: системи управління повинні будуватися на відкритих технологіях для їх якнайшвидшої модернізації при зміні самої інформаційної системи;

– адаптивність до використання різних алгоритмів і методів інтелектуального управління (на основі нечіткої логіки, нейронних мереж, генетичних алгоритмів, тощо);

– облік зв'язності підсистем і характеристик інформаційної системи.

Завдання вдосконалення ставиться як задача оптимального синтезу систем з управлінням: при заданих системі і множині зовнішніх впливів побудувати систему управління, що забезпечує необхідну поведінку системи і вдовольняє критеріям якості управління [1, 2].

Постановка задачі

Оптимізація систем управління містить у собі оптимізацію як самої системи управління, так і процесу її проектування. Обидва напрямки оптимізації взаємозалежні. Так, показники якості розроблюваної системи істотно залежать від оптимальності процесу та терміну часу розробки, структури системи. У свою чергу, час і засоби, затрачені на процес розробки системи, значною мірою визначаються структурою системи та її параметрами. Очевидно, що задача одночасного вирішення оптимізації системи управління і процесу її розробки − складна. В даній статті основна увага приділяється оптимізації системи управління. В процесі розробки будемо враховувати лише оптимальну характеристику показника вартості C_p (C_p враховує також затрати на проектування).

Знаходженням оптимальної системи управління будемо називати процес синтезу системи. Задача синтезу полягає в знаходженні такої СУ, яка компромісно оптимізує показники якості при обмеженні вхідних даних та спектра визначених умов. Зазначимо, що синтез СУ такого типу має бути векторним, тобто виконуватися з урахуванням значень сукупності (векторів) показників якості, включаючи й економічні, які заздалегідь враховані (прогнозуються) в критерії переваги (критерії оптимальності системи).

Векторним називається синтез, який виконується з урахуванням декількох показників якості, тобто на основі векторів $K(k_1, k_2 \ldots , k_m)$. На відміну від векторного, синтез проведений за одним показником якості, називається скалярним.

Глобальним називається синтез, який виконується з урахуванням всіх суттєвих показників якості, включаючи й економічні. Отже, при проведенні векторного синтезу потрібно визначити такі значення керованих змінних, які забезпечують одночасно мінімум всіх введених критеріїв оптимальності. Звичайно ці критерії суперечливі, оптимізація за кожним з них призводить до різних значень керованих змінних. У зв'язку з цим для врахування всіх часткових критеріїв необхідно проаналізувати векторний критерій оптимальності, який призводить до розв’язку задачі багатокритеріальної оптимізації.\

Оптимізація систем управління

Як відомо [2], геометричним місцем усіх негірших точок (систем) є оптимальна поверхня

$$k_1 = f_{НГ}(k_2, \ldots, k_i, \ldots, k_m). \tag{1}$$

Вона має таку важливу властивість: у будь-якій точці цієї поверхні кожний з показників $k_i(i = 1, m)$ має найменше значення при відповідних цій точці значеннях інших $m-1$ показника якості. Як відомо, властивість строгої монотонності оптимальної поверхні (1), полягає в тому, що залежність функції k_1 від кожного з її аргументів при фіксованих значеннях інших $m-2$ аргументів є монотонно спадною, причому це має місце у всій області визначення функції (1), тобто в межах всієї оптимальної поверхні.

Математично умови строгої монотонності поверхні (1) можна записати так. Кожна з $m-1$ функцій вигляду:

$$\left.\begin{array}{l} k_1 = f_{НГ}\left(k_2, \underline{k_3, k_4, k_5, \ldots, k_m}\right) \\ k_1 = f_{НГ}\left(\underline{k_2}, k_3, \underline{k_4, k_5, \ldots, k_m}\right) \\ k_1 = f_{НГ}\left(\underline{k_2, k_3}, k_4, \underline{k_5, \ldots, k_m}\right) \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ k_1 = f_{НГ}\left(\underline{k_2, k_3, \ldots, k_{m-1}}, k_m\right) \end{array}\right\} \tag{2}$$

зміщуючись, монотонно спадає на всій області визначення функції $f_{НГ} = (k_2 \ldots, k_m)$. У виразах (2) риска знизу означає ті з показників якості, що розглядаються як фіксовані (але довільні в межах області визначення) параметри.

Для доведення такої властивості оптимальної поверхні розглянемо одну із функцій (2):

$$k_1 = f_{НГ}\left(\underline{k_2}, k_3, \underline{k_4, k_5, \ldots, k_m}\right) \tag{3}$$

і доведемо, що залежність k_1 від k_3 має бути монотонно спадною у всьому діапазоні значень показника k_2 при будь-яких сполученнях значень фіксованих показників $k_2, k_4, k_5, \ldots, k_m$, що відповідає області визначення функції (1).

Доведення будемо вести від протилежного, тобто припустимо, що для деякої комбінації значень фіксованих показників $k_2, k_4, \ldots, k_m$ залежність k_1 від k_3 не є монотонно спадною (рис. 1). Це означає, що її графік містить щонайменше одну ділянку, на якій збільшення аргументу k_3 не спричиняє зменшення функції k_j (ділянка A_1A_2 або $A_1A'_2$), незважаючи на те, що всі точки цього графіка належать оптимальній поверхні, тобто є негіршими точками. Але це суперечить основній властивості негірших точок. Дійсно, з рис. 1 видно, що коли існує точка A_2 (або A'_2), то ця точка є безумовно гіршою, ніж точка A_1, оскільки точці A_2 (або A'_2) відповідає при тих самих значеннях показників $k_2, k_4, \ldots, k_m$ і більшому значенні показника k_3 таке саме (або більше) значення показника k_1.Отже, якщо така точка A_2 (або A'_2) існує, то вона є гіршою точкою і тому не може належати оптимальній поверхні (1).

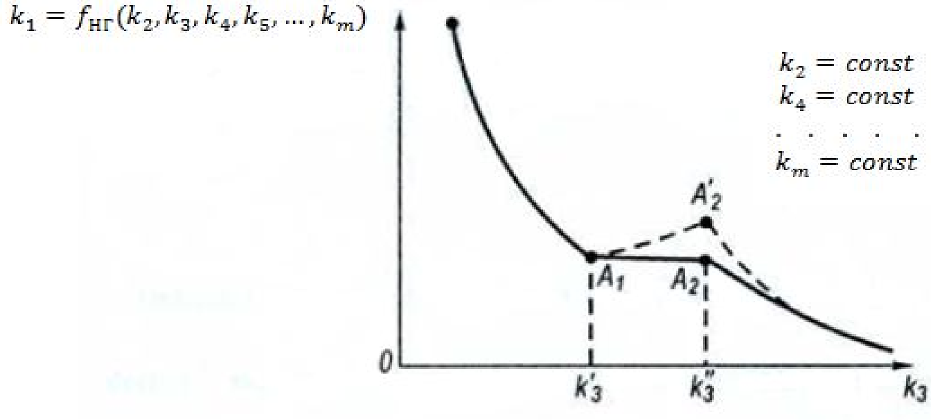

Рис. 1. Монотонно спадна функція

З функцій вигляду (3), можемо зробити висновок, що такі самі результати можна отримати і для кожної з інших функцій вигляду (2). Тому дійсно можна стверджувати, що всі $m-1$ функції вигляду (2) мають бути монотонно спадними у всій області визначення (існування) оптимальної поверхні.

Вище було зазначено, що для відшукання множини $M_{НГ}$ негірших систем, тобто оптимальної поверхні (1), можна застосувати метод робочих характеристик. Також зазначалося без доведення, що робоча поверхня, вигляду

$$k_{1\,min} = f_p(k_2, \ldots, k_m), \tag{4}$$

містить усі точки оптимальної поверхні (тобто всі негірші точки; але, крім того, може містити і гірші точки. Про те, що робоча поверхня може містити гірші точки, було вже показано. Тому залишається довести, що кожна негірша точка A множини $M_Д$ допустимих систем буде обов'язково належати робочій поверхні.

Необхідною і достатньою умовою повного збігу робочої поверхні оптимальною є строга монотонність робочої поверхні (у всій області її визначення). Необхідність цієї умови очевидна, оскільки було доведено, що оптимальна поверхня строго монотонна. Тому запишається довести, що строга монотонність робочої поверхні є достатньою умовою її збігу з оптимальною поверхнею. Інакше кажучи, потрібно довести, що строго монотонна робоча поверхня містить тільки негірші точки, тобто не може містити жодної гіршої точки.

Для стислості і наочності доведемо це для випадку $m = 3$. При цьому робоча поверхня (4) має такий вигляд:

$$k_{1\,min} = f_p(k_2, k_3).$$

Цій поверхні відповідає сукупність робочих характеристик першого вигляду

$$k_{1\,min} = f_p(k_2, \underline{k})$$

і другого вигляду

$$k_{1\,min} = f_p(\underline{k\_2}, k_3).$$

Нехай усі робочі характеристики обох видів є монотонно спадними функціями (рис. 2, а, б). Розглянемо сукупність робочої характеристики першого вигляду (рис. 2, а). Очевидно, що всі характеристики цієї сукупності, які відповідають різним значенням параметра k, наприклад значенням k'_3 і k''_3 (де $k'_3 \neq k''_3$) не можуть мати жодної спільної точки, тобто не можуть ні перетинатися, ні дотикатися одна одної.

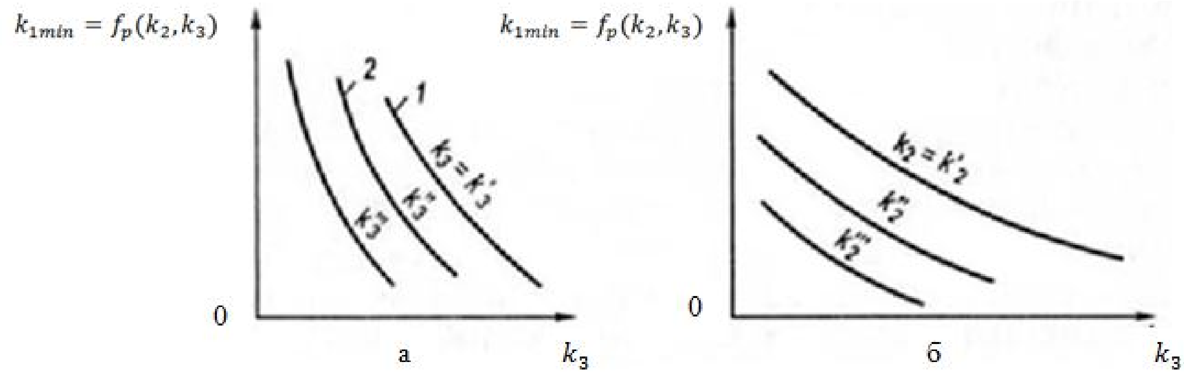

Рис. 2. Робочі характеристики функцій

Дійсно, якщо припустити, що дві робочі характеристики 1 і 2 (рис. 3) перетинаються в деякій точці A, то це буде суперечити властивості строгої монотонності робочої поверхні: відповідно до цієї властивості при даному значенні показника $k_2 (k_2 = k_2' = k_2'')$ більшому значенню показника $k_3 (k_3'' > k_3')$ має відповідати менше, а не таке саме значення показника k_1(тобто $k_1'' < k_1'$).

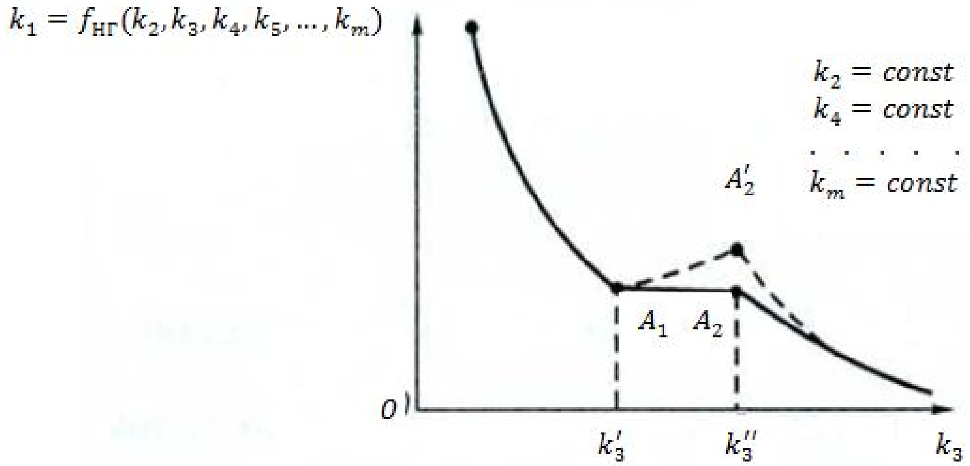

Рис. 3. Перетинання функцій в точці *A*

Міркуючи аналогічно, неважко переконатися й у тому, що з двох робочих характеристик *1* і *2* (рис. 2, а) меншому значенню параметра k_3 відповідає характеристика, розташована завжди повністю правіше (вище), а більшому значенню параметра k_3 відповідає завжди лівіша (нижня) характеристика (тобто $k_3'' > k_3'$). Очевидно, ці положення є правильними і для сукупності робочих характеристик другого вигляду (рис. 2, б).

Отже, є слушним таке твердження: якщо всі робочі характеристики є монотонно спадними, то робоча характеристика, що відповідає меншому значенню параметра сім'ї, розташована завжди повністю правіше (вище), а характеристика, що відповідає більшому значенню параметра, − лівіше (нижче).

Доведемо тепер, що при монотонно спадних робочих характеристиках робоча поверхня не може містити жодної гіршої точки. Візьмемо на робочій поверхні довільну точку $A(k_1, k_2, k_3)$. Доведемо, що ця точка не може бути гіршою, тобто є негіршою. Це означає, що в множині $M_Д$ усіх допустимих точок не може бути жодної точки $A'(\boldsymbol{K}')$ кращої, ніж точка $A(\boldsymbol{K})$. Для цього досить довести, що на робочій поверхні (тобто в множині M_p) не існує точки $A'(K')$ кращої ніж $A(K)$. (Дійсно, $M_p \cap M_{НГ}$, а для кожної точки, що не належить $M_{НГ}$, у множині $M_{НГ}$ знайдеться щонайменше одна безумовно краща точка. Тому, якщо кращої точки $A'(K)$ не існує в множині M_p, то її не існує й у множині $M_Д$.) Доведемо це.

Якщо точка A' належить тій самій робочій характеристиці, що і точка A (рис. 4, а), то вона не може бути кращою, ніж точка A. Дійсно, внаслідок монотонно спадного характеру робочої характеристики точка A' матиме більше (тобто гірше) значення показника k_2 (якщо їй відповідає менше значення k_1) або показника k_1 (якщо їй відповідає менше значення k_2).

Якщо точка A' належить лівішій (нижній) робочій характеристик (рис. 4, б), то вона також не може бути кращою (ніж точка A') оскільки вище було доведено, що лівішій робочій характеристики відповідає більше значення її параметра, тобто показника k3. Отже залишається розглянути лише випадок, у якому точка A' належиті правішій (верхній) робочій характеристиці (рис. 4, в).

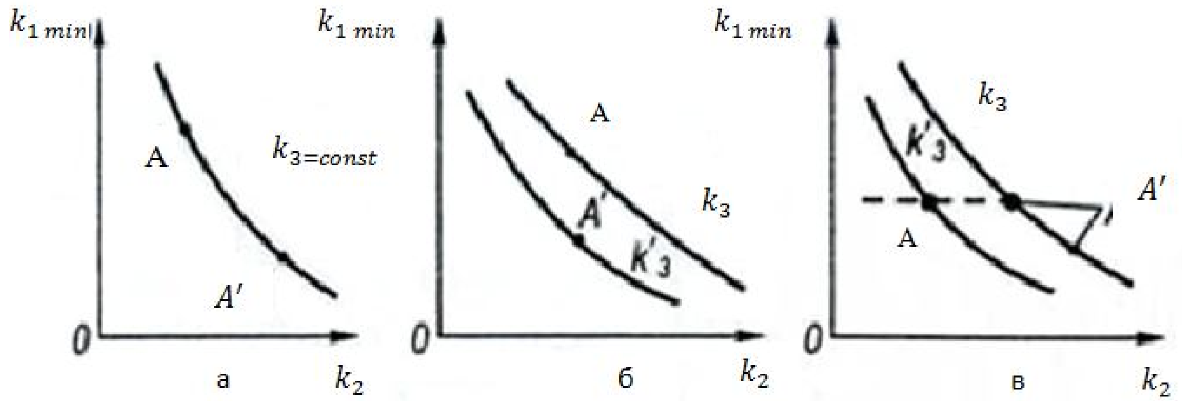

Рис. 4. Монотонно спадаючі функції робочої характеристики

Якщо при цьому точці A' відповідає більше значення показника k_1, то вона не може бути краще точки A. Якщо точка A' (належить правішій робочій характеристиці) має таке саме або менше значення показника k_1 (рис. 4, б), то внаслідок монотонно спадного характеру робочих характеристик вона обов'язково буде мати більше значення показника k_3 і, отже, також не може вважатися кращою, ніж точка A.

Отже, при довільному виборі точки A на робочій поверхні не існує жодної точки A' (системи S), що належить множині $M_Д$, яка є краща за точку (систему) A стосовно безумовного критерію переваги. Але, відповідно до визначення негіршої точки, це означає, що кожна (довільна) точка A на робочій поверхні є негіршою (якщо робоча поверхня задовольняє сформульовану вище вимогу строгої монотонності).

Отже, можна зробити висновок, що строго монотонна робоча поверхня не містить жодної гіршої точки. Але вище було доведено, що всі негірші точки обов'язково належать робочій поверхні. Отже, строго монотонна робоча поверхня повністю збігається з оптимальною поверхнею. Тому можна сформулювати наступну необхідну і достатню умову збігу робочої поверхні з оптимальною: всі робочі характеристики, що відповідають даній робочій поверхні, мають бути монотонно спадними функціями на всій області їх визначення.

Вище це положення було проілюстровано для $m = 3$. Аналогічно воно доводиться і для $m > 3$. Отже, якщо знайдена робоча поверхня є строго монотонною (тобто всі відповідні їй робочі характеристики є монотонно спадними), то вона є геометричним місцем усіх негірших систем і не містить жодної гіршої системи. При цьому метод робочих характеристик дає повне розв'язання задачі відшукання всіх негірших систем. Якщо на окремих ділянках монотонно спадний характер якої-небудь з робочих характеристик порушується, ці ділянки мають бути вилучені як ті, що мають гірші системи. Однак у більшості практичних задач усі робочі характеристики є монотонно спадними (оскільки при правильно сформульованих обмеженнях на синтезовані системи збільшення (тобто послаблення вимог) кожного з показників якості дає змогу зменшити (поліпшити) інші показники якості) і, отже, вилучати гірші системи непотрібно.

Необхідною і достатньою умовою збігу робочої поверхні із шуканою оптимальною поверхнею є строга монотонність робочої поверхні (2) (в області всіх можливих або допустимих значень показників якості). Тому після того, як робоча поверхня знайдена, необхідно перевірити, чи є вона строго монотонною, тобто чи є залежність функції $k_1 = f_{НГ}(k_2, \dots, k_m)$. від кожного з її аргументів (при фіксованих значеннях інших $m-2$ аргументи) монотонно спадною.

Якщо маємо два або три показники якості, перевірку строгої монотонності робочої поверхні неважко зробити графічно − побудовою робочої характеристики (при $m-2$) або сім'ї робочих характеристик першого і другого вигляду (при $m=3$), або аналітично − безпосереднім розглядом рівняння робочої поверхні.

При великій кількості показників якості перевірити строгу монотонність робочої поверхні в загальному випадку нелегко навіть з використанням обчислювальних машин. Однак для деяких рівнянь робочої поверхні перевірити строгу монотонність легко аналітично при будь-якій кількості показників якості. Зокрема, це має місце, якщо рівняння робочої поверхні (4) можна подати у вигляді $k_{1min} = F(x)$, де $x = \Psi_2(k_2)\Psi_3(k_3) \dots \Psi_m(k_m)$.

При цьому для строгої монотонності робочої поверхні досить, щоб функції $\Psi_2(k_2)\Psi_3(k_3) \dots \Psi_m(k_m)$ були неперервними монотонно спадними, а функція *F(x)* − неперервною монотонно зростаючою.

Дійсно, у цьому разі зростання кожного з показників $k_2, \dots, k_m$ (наприклад, показника k_2) при фіксованих значеннях інших показників $(k_3, k_4 \dots, k_m)$ спричинює спадання величини *x*, а отже, і спадання величини $k_{1\,min}$. Це означає, що залежність $k_{1\,min}$ від кожного з показників якості $k_2, \dots, k_m$ при довільних фіксованих значеннях всіх інших показників є монотонно спадною. Але, відповідно до викладеного вище, це і є доведенням строгої монотонності робочої поверхні.

Розглянемо як ілюстрацію рівняння робочої поверхні виявляча повільно флюктуюючого сигналу, синтезованого за критерієм Неймана-Пірсона. Його можна записати як

$$k_{1\,min} = ln[(1/k_2)]/k_3 \text{ (при } k_2 \le 0{,}1;\ k_1 \le 0{,}1), \tag{5}$$

де $k_1 = P_{\text{ПР}},\ k_2 = P_{\text{П.Т}},\ k_3 = q$.

Це рівняння можна подати у вигляді (5), якщо

$$\Psi_2(k_2) = \ln(1/k_2), \Psi_3(k_3) = 1/k_3, Fx = x.$$

Оскільки при цьому функції $\Psi_2(k_2)$, $\Psi_3(k_3), \dots, \Psi_m(k_m)$ − неперервні монотонно спадні, а Fx − неперервна монотонно зростаюча функція, то робоча поверхня є строго монотонною (монотонно спадною).

Звернемо увагу на наступну властивість оптимальної або строгої монотонної робочої поверхні. Рівняння (1) оптимальної поверхні виражає зв'язок між координатами $k_1, \dots, k_m$ належних їй точок. Тому, якщо розв'язати рівняння (1) щодо кожного з показників якості $k_1, \dots, k_m$, наприклад, показника k_2, то отримане рівняння

$$k_2 = f'_{\text{НГ}}(k_1, k_3 \dots, k_m) \tag{6}$$

також буде рівнянням оптимальної поверхні. Називатимемо функцію (6) частково оберненою стосовно функції (1).

Доведено, що оптимальна поверхня має бути строго монотонною. Отже, залежність частково оберненої функції (5) від кожного з її аргументів має бути монотонно спадною (при фіксованих значеннях всіх інших $m-2$ аргументів). Звідси випливає, що властивість строгої монотонності має не тільки функція (1), але і кожна з частково обернених їй функцій, знайдених розв'язанням рівняння (1) щодо кожного з аргументів $k_1 \cdots, k_M$. Наприклад, функція $k_1 = \ln(1/k_2)/k_3$ є строго монотонною. Отже, відповідно до доведеного вище положення, мають бути строго монотонними і відповідні їй частково обернені функції $k_2 = e^{-k_1 k_3}$ і $k_3 = \ln(1/k_2)/k_1$ (у даному простому прикладі в цьому неважко переконатися, безпосередньо розглядаючи характер отриманих частково обернених функцій).

Якщо робоча поверхня (4) строго монотонна, то вона збігається з оптимальною поверхнею. Тому для робочої поверхні є слушним таке положення: якщо функція (4), що описує робочу поверхню, строго монотонна, то і кожна з частково обернених їй функцій (тобто функцій, отриманих розв'язанням рівняння (4) щодо якого-небудь з аргументів) також строго монотонна, і, навпаки, зі строгої монотонності якої-небудь (неважливо якої саме) частково оберненої функції випливає строга монотонність прямої функції.

Ця властивість строго монотонних поверхонь іноді може бути корисною для перевірки строгої монотонності робочої поверхні (4). Дійсно, якщо, наприклад, встановити строгу монотонність прямої функції (4) важко через її складний характер, то більш просто досліджувати на строгу монотонність яку-небудь частково обернену функцію.

Висновки

Кожна система характеризується вектором показників якості $K=(k_1, k_2, ..., k_m)$. У m-мірному просторі R_m показників якості $k_1, ..., k_m$ кожній системі управління відповідає єдине визначене значення вектора і навпаки, кожному вектору K відповідає єдина цілком визначена система. У просторі R_m всім строго допустимим значенням вектора K відповідає множина точок (множина строго допустима, що задовольняє цим обмеженням). Вид цієї множини визначається сукупністю умов і обмежень, які накладаються на синтезовану систему та її показники якості. Задача векторного синтезу зводиться до того, щоб з множини строго допустимих точок вибрати таку точку (систему), яка має найкраще значення вектора K. При цьому передбачається, що поняття "найкращого вектора K" уточнюється, виходячи з умови задачі. При проектуванні складних систем таких як СУ телекомунікаційними мережами, доцільно знаходження множини не гірших систем і єдиної найкращої системи.

Список використаної літератури

1. Толубко В. Б. Методи оптимізації : підручник для студентів вищих навчальних закладів за напрямком «Телекомунікації» / В. Б. Толубко, Л. Н. Беркман. – Київ : ДУТ, 2016. – 442 с.

2. Анфилатов В. С. Системный анализ в управлении : учеб. пособие / В. С. Анфилатов, А. А. Емельянов, А. А. Кукушкин ; под ред. А.°А. Емельянова. – Москва : Финансы и статистика, 2002. – 368 с.

3. Беркман Л. Н. Удосконалення процесів управління телекомунікаційними мережами за стандартом Telecommunications Management Network / Л. Н. Беркман, Л. П. Крючкова, І. І. Борисенко, С. А. Федюнін // Наукові записки Українського науково-дослідного інституту зв'язку. – 2016. – №1(41). – С. 5−13.

Автори статті

Гороховський Євген Петрович – здобувач, Державний університет телекомунікацій, Київ.

Зіненко Юрій Миколайович – здобувач, Державний університет телекомунікацій, Київ.

Крючкова Лариса Петрівна – кандидат технічних наук, професор кафедри систем захисту інформації, Державний університет телекомунікацій, Київ. Тел. +380 (67) 538 03 23. E-mail:alara54@ukr.net

Борисенко Ірина Ігорівна – кандидат технічних наук, доцент кафедри комп'ютерної інженерії, Державний університет телекомунікацій, Київ. Тел. +380 (96) 797 86 76. E-mail: irinakyiv27@gmail.com

Authors of the article

Horokhovskyi Yevgen Petrovych – State University of Telecommunications, Kyiv.

Zinenko Yurii Mykolaiovych – State University of Telecommunications, Kyiv.

Kriuchkova Larysa Petrivna – candidate of science (technic), professor of information security department. State University of Telecommunications, Kyiv. Tel.: +380 (67) 538 03 23. E-mail:alara54@ukr.net

Borysenko Iryna Ihorivna – candidate of science (technic), associate professor of computer engineering department, State University of Telecommunications, Kyiv. Tel.: +380 (96) 797 86 76. E-mail: irinakyiv27@gmail.com

Дата надходження
в редакцію: 12.10.2016 р.

Рецензент:
доктор технічних наук, професор Л.°Н.°Беркман
Державний університет телекомунікацій