

УДК 621.396.6

**Поповский В. В.**, докт. техн. наук, профессор

**Волотка В. С.**, аспирант (Тел.: +380 95 927 32 66, E-mail: vadim\_pirogov@ukr.net)

(Харьковский национальный университет радиоэлектроники)

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАДЕЖНОСТИ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ СЕТЕЙ

**Поповський В. В., Волотка В. С. Математичне моделювання надійності інфокомунікаційних мереж.**

Модель інформаційно-комунікаційної системи представлена у вигляді 4-х основних станів: справному та несправному, кожен з яких може бути в робочому та черговому режимах. Основний об'єкт аналізу – відмова та відповідні параметри: середній час безвідмовної роботи, коефіцієнт готовності, ймовірність надійності, ймовірність живучості, середній сумарний ризик імовірності відмови.

**Ключові слова:** інфокомунікаційна система, надійність, коефіцієнт готовності, відмова

**Поповский В. В., Волотка В. С. Математическое моделирование надёжности инфокоммуникационных сетей.** Модель информационно-коммуникационной системы представлена в виде 4-х основных состояний: исправном и неисправном, каждый из которых может быть в рабочем и дежурном режимах. Основной объект анализа – отказ и соответствующие параметры: среднее время безотказной работы, коэффициент готовности, вероятность надёжности, вероятность живучести, средний суммарный риск вероятности отказа.

**Ключевые слова:** инфокоммуникационная система, надёжность, коэффициент готовности, отказ

**Popovskyy V. V., Volotka V. S. Mathematical modeling for reliability of infocommunication networks.** A model of information and communication system is presented in the form of 4 main states: serviceable and unserviceable, each of them may be both in operative and standby modes. The main object of analysis is failure and appropriate parameters: mean time between failures, availability coefficient, reliability probability, probability of survivability, an average total risk of failure probability.

**Keywords:** infocommunication system; reliability; availability coefficient; failure

**Введение.** С понятием надёжности любой целенаправленной системы связаны такие свойства элементов, блоков, сетей и систем в целом как безотказность, долговечность, ремонтпригодность, сохраняемость [1, 2]. Центральным же объектом внимания является отказ. Следует различать методы обеспечения надёжности на этапах проектирования и планирования использования и на этапе функционирования. Если на первом этапе высокой надёжности добиваются за счёт производственных технологий, соответствующих методов построения надёжных режимов и структур, то на этапе функционирования обычно имеют дело с готовыми структурами. Высокой надёжности в этом случае добиваются за счёт мониторинга текущих режимов и состояния элементов сети с последующим реагированием на факт отказа.

На основании модели массового обслуживания построим граф состояний информационно-коммуникационной системы (ИКС) и определим связанные с ней коэффициенты готовности и время безотказной работы. Проведём анализ надёжности и дадим рекомендации по дальнейшему совершенствованию модели с использованием теории риска.

**Анализ состояний надёжности ИКС.** В ИКС, как и в любых сложных управляемых системах, возможны различные факторы, непосредственно вызывающие отказ или сбой. К числу таких факторов следует отнести:

- появление неисправности сетевых элементов или соединительных линий;
- перегрузка сети, несоответствие параметров трафика;
- ошибки действия операторов и абонентов;
- сбои комплекса управляющих программ.

Надёжность является вероятностной характеристикой и определяется следующими параметрами:  $p_c(t)$  – вероятность надежности,  $T_o$  – среднее время безотказной работы,  $K_r$  – коэффициент готовности [1, 2].

С точки зрения надёжности ИКС может находиться в одном из 4-х состояний (Рис. 1).

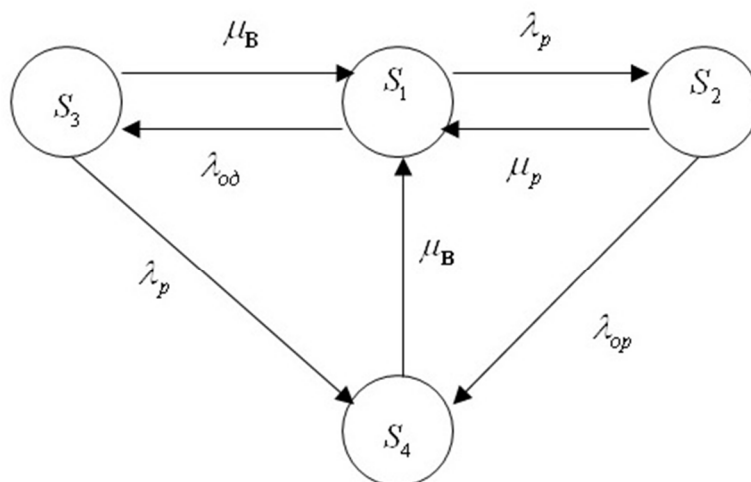


Рис. 1. Вероятностный граф состояний системы

Данные состояния имеют следующие содержания [3]:

$S_1$  – система исправна, функционирует в дежурном режиме;

$S_2$  – система исправна, функционирует в рабочем режиме;

$S_3$  – система неисправна, функционирует в дежурном режиме;

$S_4$  – система неисправна, функционирует в рабочем режиме.

Дуги соответствуют следующим интенсивностям переходов:

$\lambda_p, \mu_p$  – интенсивность соответственно поступления и обработки информационных блоков (пакетов);

$\lambda_{od}, \lambda_{op}$  – интенсивность отказов соответственно в дежурном и рабочих режимах;

$\mu_B$  – интенсивность восстановления системы после отказа.

Для каждой из вероятностей состояний могут быть указаны вероятности зависимостей от времени функционирования [1]:

$$\begin{cases} \frac{dp_1(t)}{dt} = -(\lambda_p + \lambda_{od})p_1(t) + \mu_p p_2(t) + \mu_B p_3(t) + \mu_B p_4(t); \\ \frac{dp_2(t)}{dt} = -(\lambda_{op} + \mu_p)p_2(t) + \lambda_p p_1(t); \\ \frac{dp_3(t)}{dt} = -(\lambda_p + \mu_B)p_3(t) + \lambda_{od} p_1(t); \\ \frac{dp_4(t)}{dt} = -\mu_B p_4(t) + \lambda_{op} p_2(t) + \lambda_p p_3(t), \end{cases} \quad (1)$$

где  $p_i(t)$  – динамика изменения вероятностей нахождения системы в состоянии  $S_i$ .

Данные состояния между собой связаны. Так вероятность отказа  $p_o(t) = p_3(t) + p_4(t)$ , а вероятность безотказной работы –  $p_o(t) = p_1(t) + p_2(t)$ . При переходе из состояния  $S_1$  в

состояние  $S_3$  происходит физический отказ, а при переходах из состояний  $S_3$  и  $S_2$  в состояние  $S_4$  – функциональный отказ, сопровождающийся частичной потерей работоспособности ИКС.

Решение системы дифференциальных уравнений (1) возможно с использованием прямого и обратного преобразований Лапласа [1, 4]. Вместе с тем, получение оригиналов с помощью обратного преобразования является достаточно громоздкой задачей. Поэтому на практике систему (1) используют в статическом режиме при  $dp_i(t)/dt = 0$ . Получаемая при этом система алгебраических уравнений позволяет находить соотношения между средними значениями.

Так среднее время безотказной работы  $T_o$  (в предположении  $\mu_B = 0$ ):

$$T_o = \frac{\lambda_p + \mu_p + \lambda_{op}}{\lambda_{op}\lambda_p + \lambda_{od}\lambda_{op} + \lambda_{od}\mu_p}.$$

На Рис. 2 представлен график  $T_o(\rho)$ , где  $\rho = \lambda_p / \mu_p$  – производительность системы.

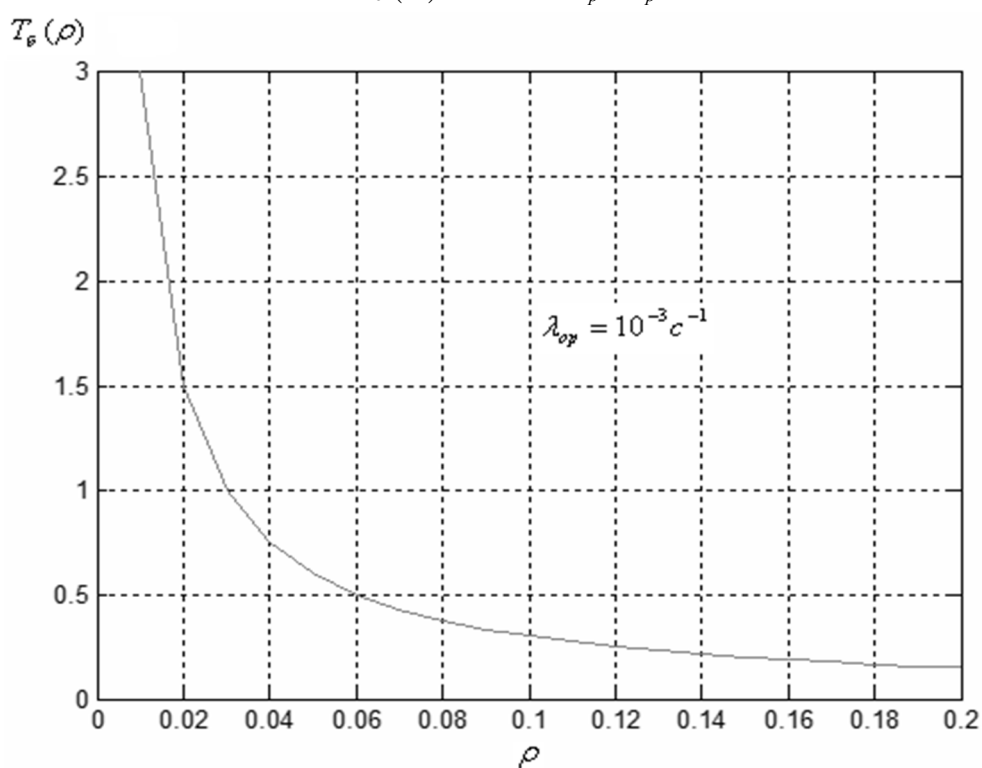


Рис. 2. График среднего времени безотказной работы (наработки на отказ)

С использованием среднего времени восстановления можно определить другое важное значение надёжности – коэффициент  $K_r$ :

$$K_r = T_o / (T_o + T_B),$$

где  $T_o$  – среднее время наработки на отказ;

$T_B$  – среднее время восстановления системы после выхода её из строя.

Среднее время наработки на отказ  $T_o$  в свою очередь состоит из средних времён: диагностирования  $T_d$ , ожидания  $T_{ож}$ , переключения  $T_{п}$ , резервирования  $T_{рез}$ . Таким образом:

$$K_r = T_o / (T_o + T_d + T_{ож} + T_{п} + T_{рез}).$$

График  $K_r(\mu_B)$  представлен на Рис. 3.

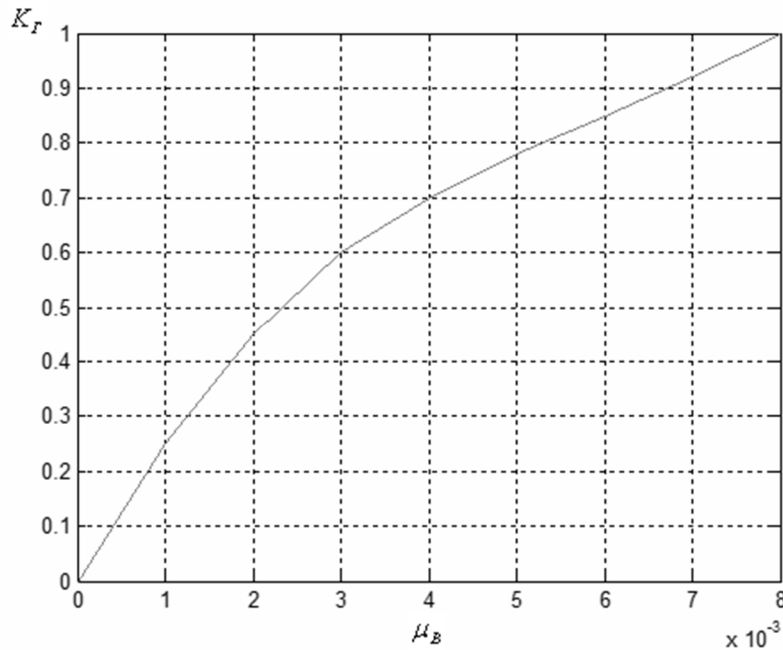


Рис. 3. Залежність коефіцієнта готовності від інтенсивності відновлення

Для розрахунків стійкості системи часто використовують іншу ймовірнісну характеристику – ймовірність стійкості системи:

$$P_y = K_G \cdot P_{ж},$$

де  $P_{ж} = 1 - P_{пор}$  – ймовірність живучості, визначається як доповнення до ймовірності поразки  $P_{пор}$ .

З графіка випливає, що коефіцієнт готовності зростає збільшення інтенсивності відновлення.

Априорна оцінка стійкості, а відповідно і надійності, може бути визначена ступенем ризику, з яким приймається ймовірність того чи іншого стану. Розмір середнього сумарного ризику може бути визначений за наступною формулою [4]:

$$R = \sum_{i=1}^{\mu} \{P(S_i)W(S_i)\}, \quad \sum_{i=1}^{\mu} P(S_i) = 1, \quad (2)$$

де  $P(S_i)$  – ймовірність, визначається за (1);

$W(S_i)$  – ваговий коефіцієнт, ризик прийняття того чи іншого стану  $S_i$ ,  $i = 1, 2, 3, 4$ .

Рівень ризику (2) може бути використаний для порівняння якості різних систем.

На практиці використання теорії ризику в багатовимірних задачах (2) представляється достатньо невизначеною в першу чергу через суб'єктивізм призначення вагових коефіцієнтів  $W(S_i)$ , які зазвичай призначають особи, приймаючі рішення. Значення  $P(S_i)$  достатньо точно можна визначити виходячи з априорних даних про надійність окремих мережевих елементів.

В даному випадку цілорозумно поступити аналогічно з рішенням задачі багатокритеріальної оптимізації. Основним моментом в розв'язанні задачі (2) є побудова множини Парето (МП). Це множество визначається наступним чином [5]:

точка  $W^*(S)$  принадлежит данному множеству, если нельзя найти такую точку  $W^{**}(S)$ , в которой, по крайней мере, для одного значения  $i$  выполняются неравенства:

$$R_i(W^{**}) < R_i(W^*) \text{ для всех } i = 1, 2, \dots, n.$$

Среди известных методов решения известны такие как [5]:

- метод усредненного критерия;
- метод свертки Гермеера;
- метод Е-ограничений.

**Результаты.** С использованием модели состояний вероятностей графовой модели ИКС предлагается методика её анализа надёжности в терминах коэффициента готовности и времени безотказной работы.

Результаты полученного анализа совпадают с логикой состояний по надёжности системы, сама же методика даёт возможность получить параметры надёжности системы, как в стационарном, так и в динамическом режимах функционирования. В тоже время более информативной моделью ИКС в динамическом режиме оказывается система дифференциальных уравнений, полученная относительно состояния отдельных элементов сети [6, 7]. Большая информативность такого представления объясняется тем, что здесь рассматривается динамика самого состояния, а не только его характеристики – вероятности.

#### **Выводы:**

1. Представлена достаточно общая математическая модель вероятностей состояний инфокоммуникационной системы.

2. Полученные аналитические зависимости традиционных параметров надёжности системы связаны с традиционными параметрами методов массового обслуживания.

Даются рекомендации по дальнейшему совершенствованию математической модели с использованием теории риска.

#### **Литература:**

1. Клейнрок Л. Теория массового обслуживания / Л. Клейнрок. – Москва : Машиностроение, 1979. – 432 с.

2. Половко А. М. Основы теории надёжности / А. М. Половко, С. В. Туров. – Санкт-Петербург: БХВ – Петербург, 2006. – 704 с.

3. Самойленко А. П. Интегральная модель надёжности функционирования узла телекоммуникационной сети / А. П. Самойленко, Д. Е. Рудь // Телекоммуникации. – 2013. – №7. – С. 23-30.

4. Королев В. Ю. Математические основы теории риска / В. Ю. Королев, В. Е. Бенинг, С. Я. Шоргин. – Москва : Физматлит, 2011. – 591 с.

5. Полищук Л. И. Анализ многокритериальных экономико-математических моделей / Л. И. Полищук. – Новосибирск. Наука, 1989. – 484 с.

6. Поповский В. В. Методы самодиагностирования / В. В. Поповский, В. С. Волотка // Международная научно-технической конференции «Анализ и синтез сложных систем в природе и технике». – Воронеж : 2013. – С. 45-51.

7. Поповский В. В. Методы анализа динамических структур телекоммуникационных систем / В. В. Поповский, В. С. Волотка // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2013. – №5/2(65). – С. 18-22.

Дата надходження в редакцію: 25.06.2014 р.

Рецензент: д.т.н., проф. Л. Н. Беркман