УДК 004.7:538.56:519.25 DOI: 10.31673/2412-4338.2020.019999

Можаєв М.О. *Харківський науково-дослідний інститут судових експертиз ім. засл. проф. М.С. Бокаріуса, Харків*

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ОПТИЧНИХ КАНАЛІВ ПЕРЕДАЧІ ІНФОРМАЦІЇ

Виконується аналіз функціонування телекомунікаційної мережі інформаційної системи судової експертизи. Визначається, що використання повністю оптичних технологій, дозволить виконати вимоги щодо якості обслуговування телекомунікаційної мережі системи. В результаті аналізу встановлено, що при поширенні оптичного сигналу в каналах зв'язку основні проблеми виникають через нелінійного характеру цього поширення і неоднорідності середовища поширення. Тому виникає завдання забезпечення контролю за станом передачі інформації на фізичному рівні в оптичних каналах зв'язку. Для вирішення цього складного і багатогранного завдання в статті проведено математичне моделювання процесу передачі оптичних сигналів на основі вивчення просторово-часових і просторово-частотних кореляцій електромагнітного поля оптичної хвилі. Для опису процесу передачі інформації в неоднорідному нелінійному середовищу було запропоновано скористатися формалізмом континуальних інтегралів (КІ) Феймана. У статті проведене формулювання завдання розповсюдження оптичного сигналу та визначено основні обмеження для використаних параметрів. Всі аналітичні співвідношення будуть отримані в умовах малих збурень поля і середовища розповсюдження, а також в умовах наближення марківського процесу. На підставі описаних обмежень було приведено рішення параболічного хвильового рівняння з використанням КІ Феймана. У процесі рішення були отримані співвідношення для статистичних моментів комплексної амплітуди через моменти функції Гріна. Подальші дослідження були присвячені отриманню аналітичних виразів для середнього поля точкового джерела. Для цього була проведена операція усереднення функції Гріна поля точкового джерела. В результаті для випадку однорідних флуктуацій магнітного поля було отримано вираз, яке описує експоненціальне загасання когерентної складової поля хвилі в випадково-неоднорідному середовищі, в тому числі і в оптичному каналі передачі інформації. Таким чином, з'явилася теоретична можливість створення математичної моделі оптичних каналів передачі інформації на основі використання формалізму КІ.

***Ключові слова**: телекомунікаційна мережа, інформаційна система судової експертизи, оптичний канал зв'язку, математична модель, континуальний інтеграл, параболічне хвильове рівняння.*

Mozhaiev M. *Hon. Prof. M. S. Bokarius Kharkiv Research Institute of Forensic Examinations, Kharkiv*

MATHEMATICAL MODEL OF OPTICAL INFORMATION CHANNELS

An analysis is made of the functioning of the telecommunications network of the forensic information system. It is determined that the use of fully optical technologies will allow fulfilling the requirements for the quality of service of the telecommunication network of the system. As a result of the analysis, it was found that during the propagation of an optical signal in communication channels, the main problems arise due to the nonlinear nature of this propagation and the heterogeneity of the propagation medium. Therefore, the problem arises of providing control over the state of information transfer at the physical level in optical communication channels. To solve this complex and multifaceted problem, the article carried out mathematical modeling of the process of transmitting optical signals based on the study of spatio-temporal and spatio-frequency correlations of the electromagnetic field of an optical wave. To describe the process of information transfer in an inhomogeneous nonlinear medium, it was proposed to use the formalism of Feyman path integrals (PI). The article formulates the distribution problem and defines the main restrictions for the parameters used. All analytical relations will be obtained under conditions of small perturbations of the field and propagation *medium, as well as in conditions of approximation of the Markov process. Based on the described limitations, a solution to the parabolic wave equation using the Feyman PI was presented. In the process of solving, relations were obtained for the statistical moments of the complex amplitude through the moments of the Green's function. Further studies were devoted to obtaining analytical expressions for the mean field of a point source. To do this, the operation of averaging the Green's function of the field of a point source was carried out. As a result, for the case of homogeneous fluctuations of the magnetic field, an expression was obtained that describes the exponential decay of the coherent component of the wave field in a randomly inhomogeneous medium, including the optical channel for transmitting information. Thus, a theoretical possibility arose of creating a mathematical model of optical information transmission channels based on the use of the PI formalism.*

***Keywords**: telecommunication network, forensic information system, optical communication channel, mathematical model, path integral, parabolic wave equation.*

Можаев М.А. *Харьковский научно-исследовательский институт судебных экспертиз им. засл. проф. Н.С. Бокариуса, Харьков*

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОПТИЧЕСКИХ КАНАЛОВ ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ

Проводится анализ функционирования телекоммуникационной сети информационной системы судебной экспертизы. Определяется, что использование полностью оптических технологий, позволит выполнить требования по качеству обслуживания телекоммуникационной сети системы. В результате анализа установлено, что при распространении оптического сигнала в каналах связи основные проблемы возникают из-за нелинейного характера этого распространения и неоднородности среды распространения. Поэтому возникает задача обеспечения контроля за состоянием передачи информации на физическом уровне в оптических каналах связи. Для решения этой сложной и многогранной задачи в статье проведено математическое моделирование процесса передачи оптических сигналов на основе изучения пространственно-временных и пространственно-частотных корреляций электромагнитного поля оптической волны. Для описания процесса передачи информации в неоднородной нелинейной среде было предложено воспользоваться формализмом континуальных интегралов (КИ) Феймана. В статье сформулирована задача распространения оптического сигнала и определены основные ограничения для используемых параметров. Все аналитические соотношения будут получены в условиях малых возмущений поля и среды распространения, а также в условиях приближения марковского процесса. На основе описанных ограничений было приведено решение параболического волнового уравнения с использованием КИ Феймана. В процессе решения были получены соотношения для статистических моментов комплексной амплитуды через моменты функции Грина. Дальнейшие исследования были посвящены получению аналитических выражений для среднего поля точечного источника. Для этого была проведена операция усреднения функции Грина поля точечного источника. В результате для случая однородных флуктуаций магнитного поля было получено выражение, которое описывает экспоненциальное затухание когерентной составляющей поля волны в случайно-неоднородной среде, в том числе и в оптическом канале передачи информации. Таким образом, появилась теоретическая возможность создания математической модели оптических каналов передачи информации на основе использования формализма КИ.

***Ключевые слова**: телекоммуникационная сеть, информационная система судебной экспертизы, оптический канал связи, математическая модель, континуальный интеграл, параболическое волновое уравнение.*

1. Вступ

Інформаційні системи (ІС) відіграють значну роль в системі судових експертиз. Використання ІС дозволяє істотно підвищити якість виконуваних експертиз за рахунок зниження людського фактора. Для забезпечення надійного та оперативного обміну первинними даними, службової інформації, результатами експертизи необхідним є підвищення якості обслуговування (QoS) телекомунікаційною мережею інформаційної системи судової експертизи. Тому телекомунікаційна мережа ІС судової експертизи повинна забезпечувати дотримання жорстких вимог по підтримці параметрів якості обслуговування (QoS) [1 - 7], що в підсумку дозволить всій інформаційній системі вирішити поставлені перед нею завдання.

Отже, вдосконалення існуючих систем передачі інформації і проектування нових телекомунікаційних систем є важливим фактором підвищення якості обслуговування всієї ІС судової експертизи.

Забезпечення підвищення якості передачі даних можна досягти застосуванням повністю оптичних технологій, що актуально в даний час і для досліджуваної мережі ІС судової експертизи. Але навіть незначні зміни протоколів передачі та обробки інформації на фізичному рівні можуть призвести до суттєвих змін у всіх вищих рівнях класичної моделі OSI ISO. Причому такі зміни можуть інтегрально зростати в міру переходу на більш високий рівень моделі. Уникнути таких порушень режимів функціонування мережі можна за рахунок безперервного контролю параметрів роботи мережі і виявлення моментів неузгодженості мережі [2, 4, 6, 7].

Основні проблеми, що виникають при поширенні оптичного сигналу, є нелінійний характер цього процесу, викликаний як особливостями самого фізичного каналу, так і процесами, що протікають на більш високих рівнях класичної моделі, які мають фрактальні характеристики.

Таким чином, перед дослідниками стоїть досить важлива і актуальна задача забезпечення контролю за станом передачі інформації на фізичному рівні в оптичних каналах зв'язку.

2. Аналіз літературних даних і постановка проблеми

Для опису процесу передачі інформації у неоднорідному нелінійному середовищі, якимі можна вважати і оптичне середовище передачі інформації, перспективо скористатися формалізмом континуальних інтегралів Феймана, які можуть дозволити проводити оцінку імовірнісних характеристик даних.

Континуальні інтеграли (КІ), введені в математику Н. Вінером як метод вирішення завдань теорії дифузії і броунівського руху, у фізичній літературі називають також Фейнмановскі - на честь Р. Фейнмана, який використав їх для переформулювання квантової електродинаміки. Згодом метод КІ був успішно застосований до широкого кола завдань і в даний час є одним з найбільш потужних методів теоретичної фізики [8 - 11].

Використання КІ надає можливість провести аналіз результатів, які отримані при використанні альтернативних методів досліджень. Відмінною особливістю континуальних інтегралів є можливість знаходжень точних рішень, за умови їх існування. Застосування КІ дозволяє отримати максимальний результат у разі модифікації стандартної теорії збурень, з огляду на те, що використовуваний математичний апарат дозволяє здійснювати відповідні налаштування і визначати спосіб її конкретної реалізації.

Сувора математична теорія і коректне визначення, в даний час, отримані лише для частини безлічі КІ. Але в рамках теорії збурень, використовуючи КІ спеціального випадку - гаусового, формалізм КІ є достатньо суворим, і отримані результати не потребують додаткового обґрунтування.

При вирішенні завдань дифракції в хвильової теорії світла метод континуальних інтегралів використовувався у ряді випадків [12, 13]. В теорії поширення хвиль в випадково-неоднорідних середовищах він був задіяний в роботах [14,15], а в подальшому отримав природний розвиток в атмосферної оптики. КІ дозволили провести опис малих флуктуацій оптичного випромінювання при проходженні через статистично однорідну і ізотропну турбулентну атмосферу [16, 17].

Перевагою методу КІ є легкість включення в дослідження анізотропії, регулярної рефракції, неоднорідності по одній або декількох координатах.

Це визначило результативність його використання в акустиці океану, де зв'язок між просторовим і тимчасовим поведінкою визначається дисперсійним рівнянням для внутрішніх хвиль, а не гіпотезою Тейлора про заморожених флуктуацій.

Застосовуючи КІ, стало можливим проаналізувати випадок насичених флуктуацій, коли нормована дисперсія інтенсивності зі збільшенням довжини траси поширення досягає свого максимуму. [18, 19].

Пропонована стаття присвячена визначенню можливості використання формалізму КІ для моделювання процесу поширення сигналу в оптичному каналі зв'язку за рахунок дослідження просторово-часових і просторово-частотних кореляцій поля хвилі. Таке завдання є надзвичайно складною через труднощі отримання виразів для просторово-часових моментів довільного порядку. Одним з прийнятних рішень такої задачі є пошук або виведення рівнянь, які можна дозволити чисельно.

3. Мета і задачі дослідження

Метою даної статті є визначення можливості використання методу КІ для моделювання процесу поширення сигналу в оптичному каналі зв'язку за рахунок дослідження просторово-часових і просторово-частотних кореляцій поля хвилі.

Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити такі задачі:

- сформулювати задачу і привести основні допущення для параметрів;
- вивчити можливість застосування формалізму континуальних інтегралів для вирішення параболічного хвильового рівняння;
- отримати аналітичні вирази для середнього поля точкового джерела.

4. Основна частина

4.1. Формулювання завдання і основні допущення для параметрів.

Розглянемо скалярну величину $H(\vec{r},t)$- одну з компонент електромагнітного поля. У припущенні вузько смугового джерела сигналу поле можна представити у вигляді

$$H(\vec{r},t)=H_{\omega}(\vec{r},t)\,e^{-i\omega t},$$

де ω - частота хвилі, а тимчасової масштаб зміни H_{ω} багато більше ω^{-1}.

Поширення хвиль описується хвильовим рівнянням, в яке входить випадкова функція координат:

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}+k^2\mu_{\omega}(\vec{r},t)\right]H_{\omega}(\vec{r},t)=0.$$

Проаналізуємо випадок великомасштабних (в порівнянні з довжиною хвилі) неоднорідностей середовища поширення. Для цього обмеження метод параболічного рівняння є одним з результативних способів зниження складності хвильового рівняння [18,19]. В рамках скалярного хвильового рівняння Гельмгольца він еквівалентний наближенню розсіювання вперед. Це наближення можливо застосовувати до середовищ, повільно мінливих на масштабах порядку довжини хвилі вздовж деякого виділеного напрямку.

У той же час, значна частина наближених методів рішення стохастичного хвильового рівняння декларує трохи збурень $\Delta\mu(\vec{r};k)$ [16, 17]. Це обмеження, або є основою методу (малих збурень), або дозволяє вирішити наближені рівняння (геометричної оптики, методу плавних збурень). Воно обумовлює застосування цих методів і не дозволяє розгляд сильних флуктуацій хвильового поля.

Ще один малий параметр - відношення поздовжнього (вздовж напрямку поширення хвиль) радіуса кореляції флуктуацій $\Delta\mu(\vec{r};k)$ до характерного подовжньому масштабу флуктуацій поля хвилі - використовує наближення марківського процесу. Дельта-корелірованість поля $\Delta\mu(\vec{r};k)$ по поздовжній координаті дозволяє виходячи з параболічного рівняння для комплексної амплітуди хвиль $U(\vec{r})$, але не вирішуючи його, отримати замкнуті рівняння для моментів $U(\vec{r})$ без припущення про малість флуктуацій амплітуди хвилі.

Тому вважається, що марківське наближення описує і сильні флуктуації хвильового поля, тоді, коли можна нехтувати розсіянням назад.

4.2. Застосування континуальних інтегралів для вирішення параболічного хвильового рівняння.

Оскільки поле в середовищі з великомасштабними неоднорідностями сконцентроване у вузькому конусі напрямів, то його можна представити у вигляді обуреної плоскої хвилі: $H_\omega(\vec{r},t)=U_\omega(\vec{r},t)\exp(ikz)$. При цьому комплексна амплітуда хвилі, розподіляється уздовж позитивного напрямку осі z в середовищі з магнітною проникністю $\mu_\omega(\vec{r})=1+\Delta\mu(\vec{r};k)$, описується параболічним рівнянням

$$\left[\frac{i}{k}\frac{\partial}{\partial z}+\frac{1}{2k^2}\Delta_\perp+\frac{1}{2}\Delta\mu(\vec{\rho},z;k)\right]U(\vec{\rho},z;k)=0, \qquad (1)$$

де $\Delta_\perp$ - оператор Лапласа по поперечним координатам $\vec{\rho}=(x,y)$. Тут і нижче для спрощення запису опущена плавна залежність відповідних величин від часу (при необхідності її можна відновити в кінці розрахунків). Рішення рівняння (1) для довільних початкових умов записується як

$$U(\vec{\rho},z;k)=\int d\vec{\rho}_o G(\vec{\rho},z|\vec{\rho}_o,z_o;k)U(\vec{\rho}_o,z_o;k), \qquad (2)$$

де функція Гріна $G(\vec{\rho},z|\vec{\rho}_o,z_o;k)$ задовольняє за першою парою аргументів того ж рівняння (1), але з початковою умовою $G(\vec{\rho},z|\vec{\rho}_o,z_o;k)=\delta(\vec{\rho}-\vec{\rho}_o)$. Рівняння (1) після очевидних перетворень ($k^{-1}=\hbar$- постійна Планка, $\Delta\varepsilon(\vec{r})=-2V(\vec{r})$) збігається з двовимірним рівнянням Шредінгера для частки одиничної маси, в зовнішньому полі $V(\vec{r})$, що дозволяє відразу записати вираз для $G(\vec{\rho},z|\vec{\rho}_o,z_o;k)$ у вигляді КІ [8]:

$$G(\vec{\rho},z|\vec{\rho}_o,z_o;k)=\frac{1}{N}\int\exp\left\{\frac{ik}{2}\int_{z_o}^{z}dz'\left[\dot{\vec{\eta}}^2(z')+\Delta\varepsilon(\vec{\eta}(z'),z';k)\right]\right\}\prod_{z'}d\vec{\eta}(z'). \qquad (3)$$

Інтегрування в (3) проводиться за всіма двовимірним траєкторіях, що задовольняє граничним умовам $\vec{\eta}(z_o)=\vec{\rho}_o$, $\vec{\eta}(z)=\vec{\rho}$, а нормувальний множник N знаходиться з умови

$$\frac{1}{N}\int \exp\left\{\frac{ik}{2}\int_{z_o}^{z} dz'\dot{\vec{\eta}}^{\,2}(z')\right\}\prod_{z'} d\vec{\eta}(z') = G_o\left(\vec{\rho}-\vec{\rho}_o, z-z_o; k\right), \qquad (4)$$

де $G_o\left(\vec{\rho}, z; k\right) = \frac{k}{2\pi iz}\exp\left(\frac{ik}{2z}\vec{\rho}^{\,2}\right)$ – функція Гріна рівняння (1) для однорідного середовища (при $\Delta\varepsilon(\vec{r};k)=0$). Для нашої задачі множник N можна включити до позначення міри:

$$\frac{1}{N}\prod_{z'} d\vec{\eta}(z') = D\vec{\eta}.$$

Формулу (3) можна розуміти, як компактний запис нескінченного інтегралу

$$G\left(\vec{\rho}, z\middle|\vec{\rho}_o, z_o; k\right) = \lim_{N\to\infty}\int\prod_{j=1}^{N-1}\left(\frac{k}{2\pi i\Delta\zeta_j}\,d\vec{\eta}_j\right)\times$$

$$\times\exp\left\{\frac{ik}{2}\sum_{j=1}^{N}\Delta\zeta_j\left[\left(\frac{\vec{\eta}_j-\vec{\eta}_{j-1}}{\Delta\zeta_j}\right)+\Delta\varepsilon\left(\vec{\eta}_{j-1}, \zeta_{j-1}; k\right)\right]\right\},$$

де $\Delta\zeta_j = \zeta_j - \zeta_{j-1}, \zeta_1, \zeta_2, \ldots, \zeta_n$ – розбиття інтервалу $\left[z_o, z\right]$ таким чином, що $z_o < \zeta_o < \zeta_1 < \ldots < \zeta_n \equiv z$, и $\vec{\eta}_o \equiv \vec{\rho}_o$, $\vec{\eta}_N \equiv \vec{\rho}$.

Оскільки будуть розглядатися просторово-частотні кореляційні функції, то в (1) - (4) явно виділена залежність всіх величин від частоти за допомогою $k = k(\omega)$. Надалі ми обмежимося досить загальним випадком, коли залежність $\Delta\mu(\vec{r};k)$ від k є мультиплікативній: $\Delta\mu(\vec{r};k) = \varepsilon(k)\,\delta\mu(\vec{r})$.

В силу лінійності співвідношення (2) моменти комплексної амплітуди $U(\vec{r};k)$ очевидним чином виражаються через моменти функцій Гріна, задовольняючи тим же рівнянням, але іншим початковим умовам. Тому будемо розглядати моменти

$$\Gamma_{n,m}\left(\left\{\vec{\rho}_p, k_p\right\}, \left\{\vec{\rho}\,'_s, k'_s\right\}, z\right) = \left\langle G_1 \ldots G_n\, G'^{*}_1 \ldots G'^{*}_m\right\rangle, \qquad (5)$$

де $G_p\left(\vec{\rho}_p, z\middle|\vec{\rho}_{op}, z_o; k\right)$, $p = 1, \ldots, n$, $G'^{*}_s\left(\vec{\rho}_s, z\middle|\vec{\rho}_{os}, z_o; k'_s\right)$, $s = 1, \ldots, m$, а кутові скобки позначають усереднення по ансамблю реалізацій флуктуацій $\Delta\mu(\vec{r};k)$. Початковою умовою для моментів (5) є

$$\Gamma_{n,m}\left(\left\{\vec{\rho}_p, k_p\right\}, \left\{\vec{\rho}\,'_s, k'_s\right\}, z_o\right) = \prod_{p=1}^{n}\delta\left(\vec{\rho}_p - \vec{\rho}_{op}\right)\prod_{s=1}^{m}\delta\left(\vec{\rho}_s - \vec{\rho}_{os}\right).$$

4.3. Аналітичні вирази для середнього поля точкового джерела.

Починаючи з найпростішого з моментів (5), усереднити вираз (3) для $G\left(\vec{\rho}, z\middle|\vec{\rho}_o, z_o; k\right)$ - по суті, поля точкового джерела, розташованого в точці $\left(\vec{\rho}_o, z_o\right)$, і отримаємо

$$\Gamma_{1,o}\left(\vec{\rho}, k, z\right) = \int \exp\left\{\frac{ik}{2}\int_{z_o}^{z} dz'\,\dot{\vec{\eta}}^{\,2}(z')\right\}\Phi\left[\lambda_{1,o}\right]D\vec{\eta}, \qquad (6)$$

де

$$\lambda_{1,o}(\vec{\rho},z)=\frac{1}{2}k\varepsilon(k)\,h(z'-z_o)\,h(z-z')\,\delta(\vec{\rho}'-\vec{\eta}(z'));\tag{7}$$

$h(z)$ – ступінчаста функція Хевісайда, а $\Phi[\lambda]=\left\langle \exp\left[i\int d\vec{r}\ \delta\mu(\vec{r})\,\lambda(\vec{r})\right]\right\rangle$ - характеристичний функціонал випадкового поля.

Як відомо [19], і як випливає з (6), для того, щоб для рівняння моментів $\Gamma_{n,m}$ були замкнутими, поле $\delta\mu(\vec{r})$ повинно бути дельта-корельованим по z, тобто його кумулянти мати вигляд дельта-функцій по всьому z-аргументів:

$$K_n(\vec{r}_1,\dots,\vec{r}_n)=K_n(\vec{\rho}_1,\dots,\vec{\rho}_n,z_1)\,\delta(z_1-z_2)\dots\delta(z_{n-1}-z_n).$$

Характеристичний функціонал представляється тоді в вигляді

$$\Phi[\lambda]=\exp\left\{\int_{-\infty}^{\infty}dz'\dot{\theta}_z,[\lambda]\right\},\tag{8}$$

де

$$\dot{\theta}_{z'}[\lambda]=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{i^n}{n!}\int d\vec{\rho}_1\dots d\vec{\rho}\,K_n(\vec{\rho}_1,\dots,\vec{\rho}_n,z_1)\,\lambda(\vec{\rho}_1,z')\dots\lambda(\vec{\rho}_n,z').\tag{9}$$

Як видно з (9), $\dot{\theta}_{z'}[\lambda]$ є насправді функціоналом від $\lambda(\vec{\rho}',z')$ як функції тільки $\vec{\rho}'$, а залежність від z' входить параметричне (таке позначення введено для зручності порівняння з результатами [19]).

Підставляючи (7) в (9), а потім в (6), отримуємо

$$\Gamma_{1,o}(\vec{\rho},k,z)=\int\exp\left\{\frac{ik}{2}\int_{z_o}^{z}dz'\left[\dot{\vec{\eta}}^2(z')+\delta\mu_{эф}(\vec{\eta}(z'),z',k)\right]\right\}D\vec{\eta},\tag{10}$$

де

$$\delta\mu_{эф}(\vec{\rho},z)=\frac{2}{ik}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n!}\left[\frac{ik}{2}\,\mu(k)\right]^n K_n(\vec{\rho}_1,\dots,\vec{\rho}_n,z).\tag{11}$$

Порівнюючи (10) з (3), то зрозуміло, що $\Gamma_{1,o}(\vec{\rho},k,z)$ задовольняє рівнянню (1), в якому $\delta\mu(\vec{r},z)$ замінено на $\delta\mu_{эф}(\vec{\rho},z)$. Якщо флуктуації магнітної проникності є однорідними, то $K_n(\vec{\rho}_1,\dots,\vec{\rho}_n,z_1)=K_n$ і вираз (11) вже також не залежить від координат:

$$\delta\mu_{эф}=\frac{2}{ik}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n!}\left[\frac{ik}{2}\,\varepsilon(k)\right]^n K_n=const.\tag{12}$$

Тоді відповідний множник в (10) можна винести з-під знаку континуальної інтеграла і, з урахуванням (4), отримати:

$$\Gamma_{1,o}(\vec{\rho},k,z)=G_o(\vec{\rho}-\vec{\rho}_o|z-z_o;k)\exp\left[\frac{ik}{2}\,\delta\mu_{эф}(z-z_o)\right].\tag{13}$$

Як легко показати $\operatorname{Im}\delta\mu_{эф} > 0$, і, отже, формула (13) описує експоненціальне загасання когерентної складової поля хвилі при поширенні в випадково-неоднорідному середовищі.

Вираз (13) можна отримати і безпосередньо, вирішуючи рівняння для $\Gamma_{1,o}\left(\vec{\rho}, k, z\right)$ виду (11), в якому $\delta\mu_{эф}$ дається формулою (12).

Таким чином, було отримано аналітичний вираз для найпростішого з моментів функції Гріна параболічного рівняння з використанням формалізму КІ Феймана. Отже, встановлена теоретична можливість створення моделі процесу поширення сигналу в оптичному каналі зв'язку за рахунок дослідження просторово-часових і просторово-частотних кореляцій поля хвилі. Подальші дослідження необхідно присвятити використання формалізму КІ Феймана для отримання аналітичних співвідношень більш високого порядку і узгодження цих результатів для ряду окремих випадків.

5 Висновки

У статті наведено результати аналізу можливості створення моделі процесу поширення сигналу в оптичному каналі зв'язку за рахунок дослідження просторово-часових і просторово-частотних кореляцій поля хвилі. Для цього було вирішено ряд задач в результаті чого отримані такі наукові результати.

1. Сформульовано актуальність нового підходу до моделювання процесу поширення сигналу в оптичному каналі зв'язку за рахунок дослідження просторово-часових і просторово-частотних кореляцій поля хвилі, який ґрунтується на використанні формалізму КІ Феймана.

2. Сформульовано задачу досліджень та визначено основні обмеження на параметри. Рішення відповідного хвильового рівняння проводилося в марківському наближенні з урахуванням малих збурень середовища і малих флуктуацій поля, що розповсюдживається

3. Запропоновано використання формалізму КІ Феймана для вирішення параболічного хвильового рівняння, що описує поширення сигналу в оптичних каналах телекомунікаційної системи.

4. Отримано аналітичні співвідношення для середнього поля точкового джерела, що дозволило говорити про теоретичну можливість побудови моделі процесу поширення сигналу в оптичному каналі зв'язку за рахунок дослідження просторово-часових і просторово-частотних кореляцій поля хвилі, яка ґрунтуються на використанні формалізму КІ Феймана.

5. Намічено перспективи подальших досліджень з моделювання передачі даних в оптичному каналі.

Список використаної літератури

1. Кучук Г. А. Рубан І. В., Давікоза О. П. Концептуальний підхід до синтезу структури інформаційно-телекомунікаційної мережі. *Системи обробки інформації : збірник наукових праць*. Х.: ХУПС, 2013. – Вип. 7 (114). – С. 106 – 112.

2. Lemeshko, O., Yevdokymenko, M., Yeremenko, O. (2019), "Model of data traffic QoS fast rerouting in infocommunication networks", *Innovative Technologies and Scientific Solutions for Industries*, No. 3 (9), P. 127–134.DOI: https://doi.org/10.30837/2522-9818.2019.9.127.

3. Zykov, I., Kuchuk, N., Shmatkov, S. (2018), "Architecture synthesis of the computer system of transaction control e-learning", *Advanced Information Systems*, Vol. 2, No. 3, P. 60–66. DOI: https://doi.org/10.20998/2522-9052.2018.3.10

4. Mozhaev, O., Kuchuk, H., Kuchuk, N., Mozhaev, M., Lohvynenco, M. (2017), "Multiservise network security metric", *IEEE Advanced information and communication technologies-2017, Proc. of the 2th Int. Conf. Lviv, 2017*, P. 133–136.

5. Kliuiev, O., Mozhaiev, M., Uhrovetskyi, O., Mozhaiev, O., Simakova-Yefremian, E. (2019),

"Method of forensic research on image for finding touch up on the basis of noise entropy", *2019 3rd International Conference on Advanced Information and Communications Technologies, AICT 2019 – Proceedings*.

6. Mozhaiev, M., Kuchuk, N., Usatenko M. (2019), "The method of jitter determining in the telecommunication network of a computer system on a special software platform", *Innovate Technologies and Scientific Solutions for Industries*, No. 4 (10), P. 134-140. DOI: https://doi.org/10.30837/2522-9818.2019.10.134

7. Rudnytsky, V., Mozhaiev, M. and Kuchuk, N. (2020) "Method for the diagnostics of synchronization disturbances in the telecommunications network of a critical used computer system", *Innovative technologies and scientific solutions for industries*, (1 (11), P. 172-180. DOI:https://doi.org/10.30837/2522-9818.2020.11.172.

8. Feynman, R. P. Quantum mechanics and path integrals / R. P. Feynman, A. R. Hibbs. – McGraw-Hill, New York, 1965. – 377 p

9. Roepstor G. Path Integral Approach to Quantum Physics, Springer, Heidelberg, 1996. – 220 p.

10. Chaichian M., Demichev A. Path Integrals in Physics. Vol. 1. – IOP Publishing, London, 2001. – 352 p.

11. Kleinert H. Path Integrals in Quantum Mechanics, Statistics, Polymer Physics, and Financial Markets, – World Scientific Publishing Co., Singapore, 2004. – 1300 p.

12. LaChapelle J. Path integral solution of linear second order partial differential equations I: the general construction // Ann. Phys. – 2004. – 314. – P. 362 – 395.

13. LaChapelle J. Path integral solution of linear second order partial differential equations II: elliptic, parabolic, and hyperbolic cases // Ann. Phys. – 2004. – 314. – P. 396 – 424.

14. Егоров, А. Д. Введение в теорию и приложения функционального интегрирования / А. Д. Егоров, Е. П. Жидков, Ю. Ю. Лобанов. – М.: Физматлит, 2006. – 400 с.

15. Horacio, S. Wio. Application of path integration to stochastic process: an introduction / S. Wio. Horacio. – World Scientific Publishing Company, 2013. – 176 p.

16. Constantinou J. Path-integral analysis of tapered, graded-index waveguides // J. Opt. Soc. Amer. A. – Aug. 1991. – V. 8. – P. 1240 – 1244.

17. Nevels R.D. Miller J.A. Miller R.E. A path integral time-domain method for electromagnetic scattering // IEEE Trans. Antennas Propagat. – Apr. 2000. – V. 48. – P. 565 – 573.

18. Yeh K.C., Lin K.H., Wang Y. Effect of irregular terrain on waves – a stochastic approach // IEEE Trans. Antennas Propagat. – Feb. 2001. – V. 49. – P. 250 – 259.

19. Levy M. Parabolic equation methods for electromagnetic wave propagation. - London: IEE, 2000. – 348 p.

References

1. Kuchuk, G., Ruban, I., Davikoza, O. (2013), "Conceptual approach to synthesis of information and telecommunication network structure" ["Kontseptualʹnyy pidkhid do syntezu struktury informatsiyno-telekomunikatsiynoyi merezhi"], *Systems of information processing: collection of scientific works*, No. 7 (114): 106–112.

2. Lemeshko, O., Yevdokymenko, M., Yeremenko, O. (2019), "Model of data traffic QoS fast rerouting in infocommunication networks", *Innovative Technologies and Scientific Solutions for Industries*, No. 3 (9): 127–134. DOI: https://doi.org/10.30837/2522-9818.2019.9.127

3. Zykov, I., Kuchuk, N., Shmatkov, S. (2018), "Architecture synthesis of the computer system of transaction control e-learning", *Advanced Information Systems*, Vol. 2, No. 3: 60–66. DOI: https://doi.org/10.20998/2522-9052.2018.3.10

4. Mozhaev, O., Kuchuk, H., Kuchuk, N., Mozhaev, M., Lohvynenco, M. (2017), "Multiservise network security metric", *IEEE Advanced information and communication technologies-2017, Proc. of the 2th Int. Conf. Lviv, 2017*: 133–136.

5. Kliuiev, O., Mozhaiev, M., Uhrovetskyi, O., Mozhaiev, O., Simakova-Yefremian, E. (2019), "Method of forensic research on image for finding touch up on the basis of noise entropy", *2019 3rd International Conference on Advanced Information and Communications Technologies, AICT 2019 – Proceedings.*

6. Mozhaiev, M., Kuchuk, N., Usatenko M. (2019), "The method of jitter determining in the telecommunication network of a computer system on a special software platform", *Innovate Technologies and Scientific Solutions for Industries*, No. 4 (10): 134-140. DOI: https://doi.org/10.30837/2522-9818.2019.10.134

7. Rudnytsky, V., Mozhaiev, M. and Kuchuk, N. (2020) "Method for the diagnostics of synchronization disturbances in the telecommunications network of a critical used computer system", *Innovative technologies and scientific solutions for industries,* (1 (11): 172-180. DOI:https://doi.org/10.30837/2522-9818.2020.11.172.

8. Feynman, R. P. Hibbs A. R. (1965) "*Quantum mechanics and path integrals*". McGraw-Hill, New York: 377.

9. Roepstor G. (1996) "*Path Integral Approach to Quantum Physics*". Springer, Heidelberg: 220.

10. Haichian M., Demichev A. (2001) "*Path Integrals in Physics. Vol.1*". IOP Publishing, London: 352.

11. Kleinert H. (2004) "*Path Integrals in Quantum Mechanics, Statistics, Polymer Physics, and Fi-nancial Markets*". World Scientific Publishing Co., Singapore: 1300.

12. LaChapelle J. (2004) "Path integral solution of linear second order partial differential equations I: the general construction". *Ann. Phys*, 314: 362 – 395.

13. LaChapelle J. (2004) "Path integral solution of linear second order partial differential equations II: elliptic, parabolic, and hyperbolic cases". *Ann. Phys*, 314: 396 – 424.

14. Egorov A.D., Zhidkov E.P., Lobanov Yu.Yu. (2006) "*An introduction to the theory and application of functional integration*". Moscow, Fizmatlit: 400. (in Russian).

15. Horacio, S. Wio. (2013) "*Application of path integration to stochastic process: an introduction*" World Scientific Publishing Company: 176.

16. Constantinou J. (1991) "Path-integral analysis of tapered, graded-index waveguides". *J. Opt. Soc. Amer. A.*, Aug. 1991, V. 8: 1240 – 1244.

17. Nevels R.D. Miller J.A. Miller R.E. (2000) "A path integral time-domain method for electromagnetic scattering". *IEEE Trans. Antennas Propagat,* Apr. 2000, V. 48: 565 – 573.

18. Yeh K.C., Lin K.H., Wang Y. (2001) "Effect of irregular terrain on waves – a stochastic approach". *IEEE Trans. Antennas Propagat,* Feb. 2001, V. 49: 250 – 259.

19. Levy M. (2000) "*Parabolic equation methods for electromagnetic wave propagation*". London: IEE: 348.