

Собчук В.В., Замрій І.В., Власик Г.М., Зінченко О.В. Державний університет телекомунікацій, Київ

Кравець В.І. Таврійський державний агротехнологічний університет ім. Дмитра Моторного, Мелітополь

ФУНКЦІОНАЛЬНА СТІЙКІСТЬ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПРОЦЕСІВ ТА ФОРМУВАННЯ ІНДИВІДУАЛЬНОЇ СТРАТЕГІЇ УПРАВЛІННЯМ ЕКСПЛУАТАЦІЮ ВИРОБНИЧИХ ЦЕНТРІВ

Анотація: У роботі вивчаються характеристики поведінки складних технічних систем, що реалізують властивість функціональної стійкості цих систем. Наведено математичну модель, що описує технологічні процеси на виробничому підприємстві, сформульовано означення функціонально стійкого виробничого процесу промислового підприємства та критерій забезпечення його функціональної стійкості з використанням псевдообертання. Наведено умови забезпечення функціональної стійкості технологічного процесу й описано практичні рекомендації щодо застосування даних умов для прийняття рішень при практичній реалізації виробничих процесів. Забезпечення функціональної стійкості виробничих процесів нині є однією з найважливіших задач. В даний час запропоновано багато різних методів для забезпечення високого рівня функціональної стійкості, однак дана проблематика вимагає постійного вдосконалення та розвитку нових підходів. З метою вдосконалення і розробки методів організації виробничих процесів, що забезпечують функціональну стійкість технологічних процесів завдяки реалізації індивідуальної стратегії експлуатації відповідних виробничих центрів запропоновано підхід до формування стратегії управління експлуатацією виробничого центру, який забезпечує функціональну стійкість відповідного технологічного процесу. Досліджено індивідуальну стратегію планування експлуатації технічних систем в залежності від їх фактичного стану з урахуванням особливостей даної конкретної системи.

Ключові слова: технологічний процес, псевдообертання, функціональна стійкість, мінімакс, індивідуальна стратегія управління експлуатацією.

Sobchuk V.V., Zamrii I.V. Vlasyk H.M., Zinchenko O.V. State University of Telecommunications, Kyiv

Kravets V.I. Dmytro Motornyi State agrotechnological university, Melitopol

THE FUNCTIONAL STABILITY OF TECHNOLOGICAL PROCESSES AND FORMATION OF INDIVIDUAL STRATEGY FOR MANAGEMENT OF OPERATION OF PRODUCTION CENTERS

Abstract: The article studies the characteristics of the behavior of complex technical systems that implement the property of functional stability of these systems. The mathematical model describing technological processes at the industrial enterprise is resulted, the definition of functionally stable production process of the industrial enterprise and the criterion of maintenance of its functional stability with use of pseudoinversion is formulated. The conditions for ensuring the functional stability of the technological process are given and practical recommendations for the application of these conditions for decision-making in the practical implementation of production processes are described. Ensuring the functional stability of production processes is now one of the most important tasks. Currently, many different methods have been proposed to ensure a high level of functional stability, but this issue requires constant improvement and development of new approaches. In order to improve and develop methods of organizing production processes that

ensure the functional stability of technological processes through the implementation of individual strategy of operation of relevant production centers, an approach to the formation of management strategy of production center, which provides functional stability of the technological process. The individual strategy of planning of operation of technical systems depending on their actual condition taking into account features of the given concrete system is investigated.

Keywords: *technological process, pseudoinversion, functional stability, minimax, individual operation management strategy.*

Собчук В.В., Замрий І.В., Власик А.Н., Зинченко О.В. *Государственный университет телекоммуникаций, Киев*

Кравец В.И. *Таврийский государственный агротехнологический университет им. Дмитрия Моторного, Мелитополь*

ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ И ФОРМИРОВАНИЕ ИНДИВИДУАЛЬНОЙ СТРАТЕГИИ УПРАВЛЕНИЯ ЭКСПЛУАТАЦИЕЙ ПРОИЗВОДСТВЕННОГО ЦЕНТРА

Аннотация: *В работе изучаются характеристики поведения сложных технических систем, реализующих свойство функциональной устойчивости этих систем. Приведена математическая модель, описывающая технологические процессы на производственном предприятии, сформулированы определения функционально устойчивого производственного процесса промышленного предприятия и критерий обеспечения его функциональной устойчивости с использованием псевдообращения. Приведены условия обеспечения функциональной устойчивости технологического процесса и описано практические рекомендации по применению данных условий для принятия решений при практической реализации производственных процессов. Обеспечение функциональной устойчивости производственных процессов в настоящее время является одной из важнейших задач. В настоящее время предложено много различных методов для обеспечения высокого уровня функциональной устойчивости, однако данная проблематика требует постоянного совершенствования и развития новых подходов. С целью совершенствования и разработки методов организации производственных процессов, обеспечивающих функциональную устойчивость технологических процессов благодаря реализации индивидуальной стратегии эксплуатации соответствующих производственных центров предложен подход к формированию стратегии управления эксплуатацией производственного центра, который обеспечивает функциональную устойчивость соответствующего технологического процесса.*

Ключевые слова: *технологический процесс, псевдообращение, функциональная устойчивость, минимакс, индивидуальная стратегия управления эксплуатацией.*

1. Вступ

Підвищення ефективності управління виробничим підприємством тісно пов'язане з удосконаленням системи керування ресурсами, технологічними процесами та процесами оперативного-виробничого планування на підприємстві. При цьому головною метою є забезпечення злагодженого, комплексного, ритмічного ходу виробництва стосовно виготовлення та випуску продукції при найповнішому і рівномірному використанні всіх виробничих ресурсів [1].

Відтак важливою є проблематика створення методології побудови систем автоматизованого керування виробничими процесами підприємствами. Для цього здійснюється аналіз проблеми конструювання інформаційних систем управління підприємством та детально описуються особливості підходу до розв'язання задач стійкого функціонування виробничих процесів промислових підприємств, як пріоритетної складової в системі управління сучасним підприємством. При цьому важливими є як побудова

ефективної топології інформаційної системи підприємства, так і забезпечення умов практичної стійкості та керування ключовими процесами [2].

Стрімкий розвиток технічного прогресу, зумовленого домінуючою роллю інформаційних технологій, що охоплюють та пронизують практично всі аспекти економічної та соціальної діяльності людей, створює нові виклики для дослідників та практиків, порушуючи питання незворотності трансформацій цілих систем виробництва, менеджменту та управління. Головним здобутком трансформацій глобальної інформаційної інфраструктури та масштабної автоматизації виробництва є фактичне злиття автоматизованого виробництва, обміну даних і виробничих технологій в єдину саморегульовану систему з щонайменшим або взагалі відсутнім втручанням людини у виробничий процес.

Зокрема, у результаті розширення спектру об'єктів функціональної дії складних технічних систем, включення до їх складу інформації та варіації поєднань цих об'єктів між собою, очевидно є вимога розширення техніко-об'єктного складу самих систем, до яких за загальноприйнятою практикою належать: машини, апарати, прилади, обладнання, оснастка, їх елементи у вигляді вузлів, блоків, агрегатів тощо та включення до них, насамперед, технічних об'єктів зі сфери інформаційних технологій, інтелектуальних технічних та кіберфізичних систем та інформаційних мереж, які за своєю природою переважно є складними або надскладними системами. Складні технічні системи (СТС) утворюють багаторівневі конструкції та будуються для виконання спеціальних задач. За аналогією до природних систем, розвиток таких системи призводить до ускладнення їхнього функціонування та появи нових властивостей, таких як, власне, функціональна стійкість. Для забезпечення властивості функціональної стійкості складних технічних систем необхідна розробка стратегій контролю, моніторингу та профілактичного обслуговування таких систем та їх окремих складових.

2. Аналіз літературних даних і постановка проблеми

У роботах [1-3] досліджуються властивості систем, які забезпечують можливості їхнього функціонування при змінах параметрів внутрішнього та зовнішнього середовища впродовж тривалих проміжків часу. Характер поведінки системи обирається відповідно до змін зовнішніх умов і з врахуванням функціонального інваріанту системи, який можна назвати внутрішньою метою її функціонування. Вибір поведінки припускає також наявність деякої множини можливих різноманітних наслідків, об'єднаних загальною властивістю відповідності одній зовнішній причині за цих умов. Це забезпечується за рахунок відповідної зміни структури і поведінки системи.

Під функціональною стійкістю об'єкту розуміється його властивість зберігати спроможність впродовж заданого часу виконання своїх основних функцій в межах, встановлених нормативними вимогами, в умовах впливу потоку відмов, несправностей, збоїв. Функціональна стійкість характеризується можливостями системи такими, як: виконувати встановлений мінімальний об'єм своїх функцій при зовнішніх і внутрішніх діях, що невизначені умовами нормальної експлуатації; виконувати вибір оптимального режиму функціонування за рахунок власних внутрішніх ресурсів; перебудовувати структуру, змінювати функції окремих підсистем і їх поведінку.

Роботи [4-5] досліджують стійкість систем від несанкціонованих доступів з точки зору стійкості системи та її здатності виконувати задані функції з деяким допустимим зниженням якості. Причому дії на систему можуть мати як природний, так і умисний характер. Основною особливістю функціонально стійких систем є їх здатність деградувати на структурному рівні до повної відмови системи, тобто виключати зі структури елементи, що відмовили, перебудовувати структуру, налаштовувати параметри системи для пристосування (адаптації) до нових умов експлуатації.

Робота [6] описує методику створення єдиного інформаційного простору на сучасному виробничому підприємстві з функціонально стійким виробничим процесом. Сучасні промислові підприємства у великій мірі автоматизовані та здатні автономно виконувати

багато технологічних процесів протягом наперед заданих часових інтервалів, випускаючи продукцію з високими стандартами споживчої та експлуатаційної якості [7].

Залежно від типу, призначення, способу організації технічної системи, нині гостро стоїть проблема мінімізації впливу людського фактору у виробничих процесах; розвитку критеріїв оцінки і методів підвищення функціональної стійкості для інформаційних систем підприємства; ретельне вивчення окремих класів технічних систем і визначення найбільш ефективних засобів підвищення їх функціональної стійкості.

Водночас в останні роки все більшу увагу фахівців привертає стратегія планування експлуатації технічних систем в залежності від їх фактичного стану [8]. Власне такі стратегії називають індивідуальними, оскільки вони орієнтовані на реальний стан і враховують особливості даної конкретної системи, а не досвід експлуатації аналогічних систем і статистичні дані, для коректного використання яких необхідна статистична однорідність і істотний обсяг телеметричної інформації.

Ефект від переходу до індивідуального принципу призначення моментів технічного обслуговування визначається головним чином такими факторами: можливістю найбільшою мірою використовувати ресурс кожного окремого об'єкта, що досягається зменшенням числа передчасних втручань в його роботу; можливістю запобігання відмов, що забезпечується своєчасним проведенням профілактичних (попереджувальних) заходів.

Індивідуальне планування експлуатації можливе за умови отримання поточної інформації про дійсний поточний стан кожного об'єкта, тобто реалізація індивідуальної стратегії експлуатації вимагає неперервного чи то дискретного контролю та аналізу стану об'єкта. Припускається, що реальний технічний стан об'єкта можна оцінити за результатами контролю (вимірювання) його параметрів, а прогнозування їх змін дозволяє експлуатувати об'єкт до появи ознак небезпечного зниження функціональної стійкості, виключивши при цьому передчасні демонтажі вузлів і агрегатів, а також виконання інших трудомістких робіт, що мають найчастіше сумнівну корисність для надійного функціонування.

Таким чином для забезпечення функціональної стійкості технологічних процесів виробничих підприємств необхідно будувати індивідуальні стратегії планування експлуатації відповідних технічних систем та кожного виробничого центру з яких вони складаються.

3. Мета і задачі дослідження

Метою дослідження є вдосконалення і розробка методів організації виробничих процесів, що забезпечують функціональну стійкість технологічних процесів завдяки реалізації індивідуальної стратегії експлуатації відповідних виробничих центрів.

Для досягнення поставленої мети потрібно вирішити такі завдання:

- дослідити математичну модель функціонально стійкого технологічного процесу;
- сформулювати умови функціональної стійкості технологічних процесів;
- запропонувати підхід до формування індивідуальної стратегії управління експлуатацією виробничого центру, який забезпечує виконання функціонально стійкого технологічного процесу.

4. Математична модель та основні позначення

На сьогоднішній день розроблено багато класів інформаційних систем для автоматизації різноманітних аспектів управління промисловим підприємством. Найбільш відомими з них є такі: MRP II (Manufacturing Resource Planning), ERP (Enterprise Resource Planning), APS (Advanced Planning & Scheduling Systems) і MES (Manufacturing Execution Systems). Спільною рисою даних систем є те, що в них реалізуються принципи, характерні для *інтегрованих автоматизованих систем управління підприємством (ІАСУ)*, коли автоматизується широкий комплекс функцій управління, що охоплюють задачі стратегічного, виробничого, фінансового планування, оперативного управління постачанням, закупками, запасами в поєднанні з автоматизацією конструкторської, технологічної підготовки виробництва тощо [6].

Без автоматизації процесу контролю параметрів виробничих процесів на сучасних підприємствах неможливо організувати серійний випуск якісної продукції. Вважатимемо, що підприємство працює в умовах ресурсної забезпеченості з чітко запланованими графіками випуску готової продукції. Зокрема, дослідимо як працює даний процес на атомарному рівні на певній виробничій ділянці (робочому центрі), що випускає конкретний вид продукції. Для розв'язання подібних задач забезпечення стійкості виробничих процесів завдяки контролю в режимі реального часу ключових виробничих параметрів пропонується математична модель, яка може бути інтегрованою в автоматизовану систему управління підприємством.

Випуск продукції зазвичай складається з низки етапів, на кожному з яких висувуються певні вимоги до параметрів та характеристик сировини, напівфабрикатів чи то, в кінцевому підсумку, готової продукції. Позначимо такі набори параметрів на кожному i -му етапі через $x(i) \in \mathbb{R}^n$, $i = 1, 2, \dots, N$. Технологічні виробничі процеси для гарантування досягнення параметрів $x(i)$ на кожному етапі вимагають зовнішніх впливів $u(i)$ на виробничий процес (ефект від роботи, енергетичний ефект, хімічні чи то інші технологічні впливи на кожному з етапів) [7].

Зрозуміло, що кінцева якість продукції та проміжна кількість на кожному етапі залежить від дотримання технології та забезпечення витримки необхідних параметрів на кожному попередньому кроці. Далі вважатимемо, що ця апіорна вимога виконана.

Зауважимо, що в реальних виробничих умовах хід виробничого процесу забезпечить повторюваність та інтенсивність випуску продукції, яка задовольняє наперед заданим вимогам та стандартам з певними відхиленнями (допусками) $\varepsilon(i)$, які характерні для кожного виробничого процесу чи то виробу, взагалі кажучи, індивідуально. Тобто всі лінійні, хімічні, механічні, геометричні чи інші характеристики виробу повинні відповідати еталонному зразку, не перевищуючи пороги технологічних похибок. В протилежному випадку, при значних відхиленнях, продукція вважатиметься бракованою, що потягне за собою додаткове виділення ресурсів, оснастки, інструменту, внесення змін у виробничі плани та змінить час виконання всього замовлення.

Нехай $A(i) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ – матриця залежності показників якості продукції на $i+1$ -му етапі від показників на i -му етапі, власне матриця виробничого процесу; $C(i) \in \mathbb{R}^{n \times m}$ – матриця, яка визначає структуру впливу на виробничий процес $u(i) \in \mathbb{R}^m$, $i = \overline{0, N-1}$.

Нехай $\bar{x} = (\bar{x}^T(0), \bar{x}^T(1), \dots, \bar{x}^T(N))^T$ – еталонний процес, який гарантує повну відповідність набору параметрів $x(k)$, $k = 0, 1, \dots, N$, які мають бути дотримані при ідеальному виконанні виробничого процесу на всіх етапах та на кожній з ланок. Тобто це певне медіанне значення, яке водночас передбачає наявність апіорної сукупності допустимих відхилень параметрів системи. Задано параметр $\varepsilon > 0$, що визначає сукупність допустимих відхилень (толерансів) від еталонних значень [7].

Означення. Якщо при заданих матрицях A , C та векторі u існує розв'язок $x = \bar{x} + e$ системи

$$x(i+1) = A(i)x(i) + C(i)u(i), \quad i = \overline{0, N-1}, \quad (1)$$

такий, що $\|e\| \leq \varepsilon$, то такий технологічний процес називатимемо функціонально стійким.

У роботі показано, що система (1) еквівалентна системі лінійних алгебраїчних рівнянь $Ax = Cu$, де $x = (x^T(0), x^T(1), \dots, x^T(N))^T$, $u = (u^T(0), u^T(1), \dots, u^T(N-1))^T$, а матриці A та C формуються з $A(i)$ та $C(i)$, $i = \overline{0, N-1}$.

5. Умови функціональної стійкості при управлінні виробничим процесом

Позначимо $Z(A^T) = E - AA^+$ — проектор на ядро матриці A^T , A^+ — псевдообернена матриця [9]. Конструктивні умови функціональної стійкості при управлінні виробничими процесами промислового підприємства записуються наступним способом [7].

Теорема 1. Нехай виконується умова

$$u^T Q u = 0, \quad (2)$$

де $Q = C^T Z(A^T) C$. При цьому

$$\|A^+(Cu = A\bar{x})\| \leq \varepsilon, \quad (3)$$

тоді технологічний процес, описаний рівнянням (1) є функціонально стійким.

Справджується також обернена теорема до теореми 1.

Теорема 2. Якщо технологічний процес є функціонально стійким, то

$$u^T Q u = 0,$$

при цьому

$$\|A^+(Cu = A\bar{x})\| \leq \varepsilon.$$

Якщо розв'язок системи (1), який відповідає умовам функціональної стійкості, не існує, то – процес не може гарантовано реалізовуватись. В такому випадку технологічний процес слід зупинити, щоб проаналізувати, які параметри призводять до функціональної нестійкості. При цьому розв'язуємо задачу

$$I(e) = \|Ae - Cu - A\bar{x}\| \rightarrow \min_e. \quad (4)$$

На практиці це означає, що існування точного розв'язку системи гарантує функціональну стійкість, якщо відхилення від еталонного значення задовольняють (3). Тобто виробничий процес є функціонально стійким, випускаючи продукцію згідно зі стандартом з дотриманням гарантованих технологічних допусків [11-15]. Якщо ж умова (3) не виконується, проте існує розв'язок (4), це означає, що система функціонує в умовах близьких до втрати стійкості (технологічно це означає, що процес забезпечує випуск продукції неналежної якості, яка буде обов'язково дефектована, наприклад, продукції буде присвоєно низький ґатунок, розряд тощо). Якщо не має розв'язків задачі (4), то процес має бути негайно зупинений. Система повертається у вихідне положення на рівень функціональних задач APS, MES, PLM-систем ІАСУ та застосовується алгоритм повторного планування та рестарту скоригованого виробничого плану [6].

Припустимо, що ми маємо еталонні показники значення вектора \bar{x} . Актуальною є задача, чи можливо організувати виробничий процес таким чином, щоб дотримуватись заданих еталонних показників за рахунок вибору вектора u ? Тобто пропонується механізм, який в реальній практиці є методологією, що забезпечує дотримання технологічних вимог на всіх етапах виробничого процесу. Справджуються наступні твердження.

Теорема 3. Нехай структура виробничого процесу визначається матрицями A та C , а вектором \bar{x} задані еталонні значення параметрів x та характеристик продукції на кожному етапі виробництва. Тоді необхідною і достатньою умовою того, що у виробничому процесі будуть реалізовані еталонні вимоги \bar{x} є виконання умови

$$\bar{x}^T P \bar{x} = 0, \quad (5)$$

де матриця $P = A^T Z(C^T) A$, $Z(C^T) = E - CC^+$.

З теореми 3 випливає такий наслідок.

Наслідок. Нехай виконується умова (5) теореми 3. Тоді сукупність реалізації вектора u за еталонними значеннями вектора \bar{x} визначається співвідношенням

$$\{C^+ A \bar{x} + Z(C) w : w \in \mathbb{R}^{N_m}\},$$

де $Z(C) = E - C^+ C$.

6. Формування індивідуальної стратегії управлінням експлуатацією виробничого центру

Формування індивідуальної стратегії управління експлуатацією та технічним обслуговуванням виробничих центрів у спосіб, що забезпечує властивість функціональної стійкості відповідного технологічного процесу, зокрема для планування обслуговування за принципом мінімаксу (максиміну) основою можуть слугувати результати мінімаксного індивідуального прогнозу [8]. Така стратегія (правило реалізації заходів з технічного обслуговування) повинна гарантувати збереження оптимальної (у сенсі деякого мінімального або максимального критерію) якості функціонування виробничого центру на множині T у діапазоні умов, згідно з якими $y(t)_- \leq y(t) \leq y(t)_+$, де $y(t)_-$, $y(t)_+$ – прогнозовані межі можливих змін параметрів виробничого центру, що виконує технологічний процес.

Постановка задачі має такий вигляд.

Для кількісної оцінки якості функціонування виробничого центру слугують показники (критерії) якості, під яким слід розуміти різні техніко-економічні характеристики такі, як надійність, продуктивність, економічність тощо. У загальному випадку критерій якості представляє функціонал вигляду $F(Y, T)$. Вимоги до якості функціонування виробничого центру на множині T зазвичай базується на досягненні екстремальних значень показника $F(Y, T)$. При цьому технічне обслуговування з урахуванням стану виробничого центру полягає у відстеженні $y(t)$ і проведенні у визначені моменти $t \in T$ його примусових змін, які здійснюються за допомогою визначених профілактичних заходів. Основу профілактик становить контроль і регулювання параметрів виробничого центру, заміна блоків, вузлів і елементів, параметри яких не регулюються і досягли деяких критичних значень, які не передбачають подальше функціонально стійке функціонування технологічного процесу. Якщо розглядати виробничий центр як систему, що знаходиться під впливом внутрішніх та зовнішніх збурень, то зазначені заходи є сукупністю керуючих впливів, що переводять систему в режим, інваріантний до збурень. Ціль керування тут може бути описана як

$$F(y, u, t) = \text{extr},$$

де y – вектор параметрів виробничого центру, який виконує технологічний процес, u – вектор керуючих впливів, $t \in T$.

Введемо поняття стратегії управління, під яким розумітимемо функцію $u(t)$, де $u \in U$, U – множина заходів з технічного обслуговування виробничого центру. Задача побудови $u(t)$ в мінімаксній (максимінній) постановці може бути записана у вигляді

$$g^* = \min_{u(t) \in U \times T} \max_{y(t) \in Y \times T} F(y, u, t), \quad (6)$$

чи

$$g^{**} = \min_{u(t) \in U \times T} \max_{y(t) \in Y \times T} F^*(y, u, t). \quad (7)$$

Означення. Функція $g^*(g^{**})$, що доставляє мінімум максимуму (або максимум мінімуму) критерію $F(y, u, t)$ (або $F^*(y, u, t)$) називається мінімаксною (або максимінною) індивідуальною стратегією технічного обслуговування виробничого центру, що виконує відповідні технологічні виробничі процеси.

Використання мінімаксного (або максимінного) принципу забезпечує знаходження рівномірно найкращого розв'язку задачі, тобто рівномірно найкращої стратегії технічного обслуговування $u(t)$ (якщо така існує). Умовою існування зазначеної стратегії є наявність сідлової точки функціонала $F(y, u, t)$ за параметрами оптимізації.

Вибір критеріїв оптимальності для визначення мінімаксної (максимінної) стратегії технічного обслуговування $u(t)$ повинен здійснюватися виходячи з вимог, що пред'являються до якості функціонування даного конкретного виробничого центру, що

забезпечує функціональну стійкість відповідних виробничих процесів. Ці вимоги, зазвичай, формуються за допомогою певних показників, серед яких найбільш загальними є економічні характеристики функціонування виробничого центру. Зрештою на практиці ми завжди прагнемо так експлуатувати виробничий центр, щоб він забезпечував функціональну стійкість виробничих процесів та сумарний ефект його використання під час експлуатації був би максимальним. Власне про ефективність експлуатації виробничого центру можна безпосередньо судити за величиною економічних показників, які він забезпечує, виконуючи відповідні виробничі процеси. Відтак, ми можемо давати кількісні оцінки сумарного економічного ефекту від експлуатації відповідного виробничого центру. До таких показників, зокрема, відноситься показник *гарантованого рівня загальних матеріальних втрат* при експлуатації виробничого центру на множині T :

$$S_g = \sup_{y(t) \in Y \times T} \int_T H(y(t)) dt + V_T,$$

де $H(y(t))$ – функція втрат, що визначає матеріальні втрати, які виникають при відхиленні стану виробничого центру від еталонного; V_T – витрати на проведення заходів з технічного обслуговування виробничого центру під час експлуатації.

Адитивність критерію S_g відкриває шлях до розв'язання задачі (6)–(7) на основі принципу оптимальності Беллмана [10]. При цьому знаходження стратегії $u(t)$ можна розглядати як багатокроковий керований процес прийняття рішень для синтезу оптимальної системи (управління), де S_g – *фінальна функція втрат* (сума втрат, пов'язаних з усіма кроками прийняття рішень). За рахунок адитивності S_g на основі принципу оптимальності Беллмана може бути досягнута глобальна оптимальність стратегії $u(t)$ покроковою мінімізацією критерію S_g . Відповідні алгоритми є *адаптивними* так, як спільно з прийняттям основних рішень оцінюють невідомий стан системи, чим покращують процес прийняття рішень. Вони, зазвичай, досить прості і можуть бути реалізовані в рекурентному вигляді.

Для складання рекурентних рівнянь розв'язання задачі (6)–(7) на основі принципу оптимальності Беллмана необхідно побудувати простір станів. Інакше кажучи, необхідно визначити сукупність координат, що містять відносно до задачі (6)–(7) усі відомості про виробничий центр на заданому проміжку часу незалежно від його минулої поведінки.

Зауважимо, що у загальному вигляді задача індивідуального прогнозування [8] зводиться до оцінки, що спостерігається в присутності помилок на інтервалі $T_p \subset T$, де T – інтервал експлуатації, реалізації випадкового процесу дрейфу вихідних координат робочого центру $y(t)$ при $t \in T \setminus T_p$. Задача формулюється таким способом: нехай зміни стану виробничого центру на інтервалі експлуатації можуть бути описані співвідношенням

$$y(t) = a^T \cdot u(t) + h(t), \quad t \in T, \quad (8)$$

де $a = \{a_j\}_{j=0}^n$ – набір випадкових коефіцієнтів; $u(t) = \{u_j(t)\}_{j=0}^n$ – неперервні детерміновані функції часу; $h(t)$ – помилка моделі для якої виконується умова

$$|h(t)| \leq f(t), \quad (9)$$

де $f(t)$ – задана функція. Представлення (8) може розглядатись як певний розклад $y(t)$ по координатному базисі $\{u_j(t)\}_{j=0}^n$.

Реалізація випадкового процесу $y(t)$ спостерігається на інтервалі $T_p \subset T$ з адитивною помилкою $e(t)$. Спостереження утворюють послідовність $\mathbf{z} = \{z(t_k)\}_{k=1}^p$, $t_k \in T_p \subset T$. Ймовірнісні властивості $e(t)$ не визначені, однак відомо лише, що

$$|e(t_k)| \leq c(t_k), \quad t_k \in T_p \subset T. \quad (10)$$

де $c(t)$ – задана функція.

Модель (8), обмеження (9), (10) на перешкоди і виміри \mathbf{z} , $t_k \in T_p \subset T$ є сукупністю вихідних даних для розв'язання задачі індивідуального прогнозування.

При описі $y(t)$ залежністю (8) шукану сукупність координат, що містять для задачі (6)-(7) усі відомості про виробничий центр на заданому проміжку часу незалежно від його минулої поведінки, можна представити як набір $(\mathbf{B}^-, \mathbf{B}^+, t, t_c)$, де \mathbf{B}^- і \mathbf{B}^+ – матриці, елементи яких задають область варіацій значень коефіцієнтів a_{ij} в моделі (8); $t, t_c \in T$, $t \leq t_c$. Даний набір є *інформаційним простором станів* для задачі (6) – (7).

Визначення інформаційного простору станів виробничого центру у вигляді $(\mathbf{B}^-, \mathbf{B}^+, t, t_c)$, дає можливість побудувати алгоритм розв'язання задачі (6) – (7) за критерієм S_g на основі принципу оптимальності Беллмана.

Нехай функція $S(\mathbf{B}^-, \mathbf{B}^+, t, t_c)$ характеризує граничні матеріальні втрати, пов'язані з експлуатацією виробничого центру в стані $(\mathbf{B}^-, \mathbf{B}^+, t, t_c)$ при проведенні оптимальної стратегії $u(t)$. Заходи з технічного обслуговування складаються з контролю і регулювання $y(t)$ (нескладно показати еквівалентність заміни окремих блоків, вузлів і елементів виробничого центру регулюванням $y(t)$). При цьому регулювання полягає в простому зміщенні випадкового процесу на певне значення $r \in R$, де R – множина значень регулювань.

Граничні матеріальні втрати при експлуатації виробничого центру без обслуговування на проміжку $[t, t_c]$ для стану $(\mathbf{B}^-, \mathbf{B}^+, t, t_c)$ можна представити у вигляді

$$S_1(\mathbf{B}^-, \mathbf{B}^+, t, t_c) = \max_{\mathbf{B}^-, \mathbf{B}^+} \int_t^{t_c} H(y, x) dx. \quad (11)$$

Якщо в момент часу \tilde{t} , $t \leq \tilde{t} \leq t_c$ зроблено вимірювання $y(\tilde{t})$, яке пов'язане із затратами μ , і отримано значення $z(\tilde{t}) = y(\tilde{t}) + e(\tilde{t})$ ($e(\tilde{t})$ – випадкова помилка вимірювання, стохастичні властивості якої не визначені, а задана лише область її можливих варіацій E), то інформаційний стан виробничого центру буде $(\mathbf{B}^-, \mathbf{B}^+, t, t_c)$, де \mathbf{B}^- і \mathbf{B}^+ – матриці граничних значень коефіцієнтів a_{ij} , отримані за результатами проведеного вимірювання. При цьому граничні матеріальні втрати, пов'язані з експлуатацією виробничого центра, складуть

$$S_2(\mathbf{B}^-, \mathbf{B}^+, t, t_c) = \left\{ S_1(\mathbf{B}^-, \mathbf{B}^+, t, \tilde{t}) + \mu + S(\tilde{\mathbf{B}}^-, \tilde{\mathbf{B}}^+, \tilde{t}, t_c) \right\}. \quad (12)$$

Якщо в момент часу \tilde{t} , $t \leq \tilde{t} \leq t_c$, здійснюється регулювання $y(\tilde{t})$ (зміна $y(\tilde{t})$ на $r \in R$), витрати на проведення якої складають \mathcal{G} , то граничні матеріальні втрати для інформаційного стану можна описати як

$$S_3(\mathbf{B}^-, \mathbf{B}^+, t, t_c) = \left\{ S_1(\mathbf{B}^-, \mathbf{B}^+, t, \tilde{t}) + \mathcal{G} + S(\tilde{\mathbf{B}}_r^-, \tilde{\mathbf{B}}_r^+, \tilde{t}, t_c) \right\} \quad (13)$$

де \mathbf{B}^- і \mathbf{B}^+ – матриці граничних значень коефіцієнтів a_{ij} з урахуванням зміни стану виробничого центра після регулювання.

Виходячи з отриманих залежностей (11) – (13), можна сформулювати на основі принципу оптимальності Беллмана рекурентні рівняння для знаходження оптимальної стратегії $u(t)$ за критерієм S_g :

$$S(B^-, B^+, t, t_c) = \min_{i=1,3} (S_i), \quad (14)$$

$$S_1 = S(B^-, B^+, t, t_c), \quad (15)$$

$$S_2 = \min_{t \leq \tilde{t} \leq t_c} \left\{ S_1(B^-, B^+, t, \tilde{t}) + \mu + \min_{B^-, B^+} S(\tilde{B}^-, \tilde{B}^+, \tilde{t}, t_c) \right\}, \quad (16)$$

$$S_2 = \min_{t \leq \tilde{t} \leq t_c} \left\{ S_1(B^-, B^+, t, \tilde{t}) + \vartheta + \min_{r \in R} S(B_r^-, B_r^+, \tilde{t}, t_c) \right\}. \quad (17)$$

Значення i , на яких досягається мінімум в (14) і значення \tilde{t} , r , на яких досягається загальний мінімум в (16) і (17), є функціями (B^-, B^+, t, t_c) і описують шукану оптимальну в сенсі критерію S_g індивідуальну стратегію технічного обслуговування $u(t)$.

Таким способом доведено теорему.

Теорема 4. *Оптимальна стратегія в сенсі критерію S_g індивідуальної стратегії технічного обслуговування $u(t)$ виробничого центру, що забезпечує функціональну стійкість виробничого процесу гарантується значення i , на яких досягається мінімум в (9) і значення \tilde{t} , r , на яких досягається загальний мінімум в (16) та (17), є функціями (B^-, B^+, t, t_c) .*

У наведених співвідношеннях фігурують параметри B^-, B^+ , отримання яких пов'язане з використанням певної прогнозувальної процедури. В якості такої процедури може слугувати один з алгоритмів мінімаксного рекурентного прогнозу.

Розв'язання рівнянь (14) – (17) є задачею динамічного програмування. При цьому можна скористатися для пошуку $u(t)$ методом наближень у просторі політик (стратегій) [6].

Використання методу наближень в просторі стратегій дає можливість побудувати по рівняннях (14) – (17) таблицю оптимальних в сенсі критерію заходів з технічного обслуговування виробничого центру, що визначаються набором (B^-, B^+, t, t_c) . На підставі такої таблиці в залежності від результатів проведення профілактик можна сформулювати оптимальну адаптивну стратегію $u(t)$, що враховує індивідуальні особливості виробничого центру та забезпечує функціональну стійкість відповідних виробничих процесів.

Критерій S_g є найбільш загальним, але не єдиним, що використовується для формування індивідуальної стратегії управління експлуатації виробничим центром для забезпечення функціональної стійкості відповідних виробничих процесів. На практиці досить часто при визначенні термінів технічного обслуговування застосовується як критерій оптимальності *показник ймовірності безвідмовної роботи*. При цьому індивідуальна стратегія управління експлуатацією може полягати в проведенні технічного обслуговування в момент часу $t^* \in T \setminus T_p$, коли розрахункове значення показника ймовірності безвідмовної роботи виявиться меншим від заданого.

7. Висновки

Процеси трансформації глобальної інформаційної інфраструктури та масштабної автоматизації виробництва призводять до фактичного злиття автоматизованого виробництва, обміну даних і виробничих технологій в єдину саморегульовану систему з щонайменшим або взагалі відсутнім втручанням людини у виробничий процес. Нині відбувається масове впровадження кіберфізичних систем у виробництво з одночасним застосуванням отриманих результатів в галузях математичного моделювання, теорії стійкості, мінімаксу тощо в інформаційні системи сучасних підприємств.

Реалізуючи досягнення мети роботи в частині вдосконалення і розробка методів організації виробничих процесів, що забезпечують функціональну стійкість технологічних процесів завдяки реалізації індивідуальної стратегії експлуатації відповідних виробничих центрів було досліджено особливості математичного моделювання функціонально стійких технологічних процесів та умови їх функціональної стійкості; запропоновано підхід до формування індивідуальної стратегії управління експлуатацією виробничого центру, який забезпечує виконання функціонально стійкого технологічного процесу.

У статті описано характеристики поведінки складних технічних систем, що реалізують властивість функціональної стійкості таких систем. Розглянуто математичну модель технологічного процесу та дано означення функціонально стійкого технологічного процесу. Сформульовано умови, що гарантують функціональну стійкість технологічного процесу та описано спосіб контролю характеристик технологічного процесу з тим, щоб забезпечити випуск продукції згідно з вимогами діючих стандартів.

Досліджено індивідуальну стратегію планування експлуатації технічних систем в залежності від їх фактичного стану з урахуванням особливостей даної конкретної системи, а не лише досвіду експлуатації аналогічних систем і статистичних даних, для коректного використання яких необхідна статистична однорідність і істотний обсяг телеметричної інформації.

У подальшому планується продовжити дослідження функціонально стійких технологічних процесів з використанням методів реалізації індивідуальних стратегій планування експлуатації складних технічних систем. Основна увага буде сконцентрована на моделюванні таких процесів з врахуванням особливостей середовища функціонування, обладнання та оснастки, що використовуються в роботі виробничих центрів та впливу фізичних процесів, які супроводжують відповідні технологічні процеси.

Список використаної літератури

1. Собчук В.В., Мусієнко А.П., Ільїн О.Ю. Аналіз використання ієрархічної структури для забезпечення функціональної стійкості автоматизованої системи управління підприємством // Науковий журнал «Телекомунікаційні та інформаційні технології». К.: ДУТ, 2018. № 4 (61). С. 53 – 61.
2. Собчук В.В., Коваль М.О., Мусієнко А.П., Мацько О.Й. Метод діагностування прихованих відмов в інформаційній системі на основі застосування дворівневої системи забезпечення функціональної стійкості // Науковий журнал «Телекомунікаційні та інформаційні технології». К.: ДУТ, 2019. № 1 (62). С. 22 – 31.
3. Барабаш О.В., Лукова-Чуйко Н.П., Мусієнко А.П., Собчук В.В. Забезпечення функціональної стійкості інформаційних мереж на основі розробки методу протидії DDoS-атакам. // Сучасні інформаційні системи. – Харків: Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», 2018. Том 2. № 1. С. 56–63.
4. Собчук В.В., Лаптев О.А., Саланда І.П., Сачук Ю.В. Математична модель структури інформаційної мережі на основі нестационарної ієрархічної та стаціонарної гіпермережі // Збірник наукових праць Військового інституту Київського національного університету імені Тараса Шевченка. К.: ВІКНУ, 2019. Вип. 64. С. 124 – 132.
5. Кучук Н.Г., Лукова-Чуйко Н.В., Собчук В.В. Оптимізація пропускних здатностей каналів зв'язку гіперконвективної системи // Наукове періодичне видання «Системи управління, навігації та зв'язку». Полтава: ПНТУ, 2019. Вип 3 (55). С. 120–125.
6. Собчук В.В. Методика створення єдиного інформаційного простору на виробничому підприємстві з функціонально стійким виробничим процесом // Наукове періодичне видання «Системи управління, навігації та зв'язку». Полтава: ПНТУ, 2019. Вип. 6 (58). С. 84 – 91.
7. Sobchuk V., Pichkur V. On conditions for ensuring of functional stability of information systems in a manufacturing enterprise // Abstracts of XIX International Scientific and Practical Conference. Brussels, Belgium. April 08-09, 2021. P. 219-221.

8. Абрамов О.В. Прогнозирование состояния и планирование эксплуатации систем ответственного назначения.// Надежность и качество сложных систем. № 3 (31), 2020. С. 5–14.
9. Albert, Arthur Regression and the Moore-Penrose pseudoinverse. Burlington, MA: Elsevier, 1972. — 195 p.
10. Беллман Р., Дрейфус С. Прикладные задачи динамического программирования. Москва: Наука, 1965. – 458 с.
11. Mashkov O.A., Sobchuk V.V., Barabash O.V., Dakhno N.B., Shevchenko H.V., Maisak T.V. Improvement of variational-gradient method in dynamical systems of automated control for integro-differential models // Mathematical Modeling and Computing, 2019, Vol. 6, No. 2, P. 344 – 357.
12. Barabash O.V., Dakhno N.B., Shevchenko H.V., Maisak T.V. Dynamic Models of Decision Support Systems for Controlling UAV by Two-Step Variational-Gradient Method // Proceedings of 2017 IEEE 4th International Conference “Actual Problems of Unmanned Aerial Vehicles Developments (APUAVD)”, October 17-19, 2017, Kyiv, Ukraine. National Aviation University, 2017, P. 108–111.
13. Барабаш О.В., Бодров С.В., Мусієнко А.П. Аналіз побудови мережі відеоконтролю пунктів митного спостереження на основі функціонально стійкої системи // Науково-практичний журнал «Зв'язок». Київ, ДУТ, 2014. № 2. С. 8 – 11.
14. Машков О.А., Барабаш О.В. Оцінка функціональної стійкості розподілених інформаційно-керуючих систем // Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології: Збірник наукових праць. Львів, Центр математичного моделювання Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, 2005. Вип. 1. С. 159 – 165.
15. Барабаш О.В. Дурняк Б.В., Машков О.А., Обідін Д.М. Забезпечення функціональної стійкості складних технічних систем // Моделювання та інформаційні технології: Зб. наук. пр. Київ, Інститут проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Є. Пухова НАН України, 2012. Вип. 64. С. 36 – 41.

References

1. Sobchuk V.V., Musienko A.P., Ilyin O.Y. Analysis of the use of a hierarchical structure to ensure the functional stability of the automated enterprise management system // Scientific journal "Telecommunication and information technologies". K. : DUT, 2018. No 4 (61). P. 53 - 61.
2. Sobchuk V.V., Koval M.O., Musienko A.P., Matsko O.Y. Method of diagnosing hidden failures in the information system based on the use of a two-level system of functional stability // Scientific journal "Telecommunication and information technologies". K.: ДУТ, 2019. № 1 (62). P. 22 - 31.
3. Barabash O.V., Lukova-Chuyko N.P., Musienko A.P., Sobchuk V.V. Ensuring the functional stability of information networks based on the development of a method of counteracting DDoS attacks // Modern information systems. Kharkiv: National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute", 2018. Volume 2. № 1. P. 56-63.
4. Sobchuk V.V., Laptev O.A., Salanda I.P., Sachuk Y.V. Mathematical model of information network structure on the basis of non-stationary hierarchical and stationary hypernetwork // Collection of scientific works of the Military Institute of Kyiv Taras Shevchenko National University. K.: WINDOW, 2019. Issue. 64. P. 124 - 132.
5. Kuchuk N.G., Lukova-Chuiko N.V., Sobchuk V.V. Optimization of bandwidth of communication channels of hyperconvective system // Scientific periodical "Control, navigation and communication systems". — Poltava: PNTU, 2019. Vip 3 (55). P. 120–125.
6. Sobchuk V.V. Methods of creating a single information space at a production enterprise with a functionally stable production process // Scientific periodical "Control, navigation and communication systems". — Poltava: PNTU, 2019. Vip. 6 (58). P. 84 - 91.

7. Sobchuk V., Pichkur V. On conditions for ensuring of functional stability of information systems in a manufacturing enterprise // Abstracts of XIX International Scientific and Practical Conference. Brussels, Belgium. April 08-09, 2021. P. 219-221.
8. Abramov V. State prediction and condition-based maintenance of complex engineering systems under heavy-duty service // Reliability and Quality of Complex Systems. № 3 (31), 2020. P. 5–14.
9. Albert, Arthur. Regression and the Moore-Penrose pseudoinverse. Burlington, MA: Elsevier, 1972. – 195 p.
10. Bellman R., Dreyfus S. Applied problems of dynamic programming. Moscow: Nauka. 1965. — 458 p.
11. Mashkov O.A., Sobchuk V.V., Barabash O.V., Dakhno N.B., Shevchenko H.V., Maisak T.V. Improvement of variational-gradient method in dynamic systems of automated control for integro-differential models // Mathematical Modeling and Computing, 2019, Vol. 6, no. 2, P. 344-357.
12. Barabash O.V., Dakhno N.B., Shevchenko H.V., Majsak T.V. Dynamic Models of Decision Support Systems for Controlling UAV by Two-Step Variational-Gradient Method // Proceedings of 2017 IEEE 4th International Conference “Actual Problems of Unmanned Aerial Vehicles Developments (APUAVD)”, October 17-19, 2017, Kyiv, Ukraine. National Aviation University, 2017, P. 108-111.
13. Barabash O.V., Bodrov S.V., Musienko A.P. Analysis of the construction of a network of video surveillance of customs observation posts based on a functionally stable system // Scientific and practical journal "Communication". Kyiv, DUT, 2014. № 2. P. 8-11.
14. Mashkov O.A., Barabash O.V. Assessment of functional stability of distributed information and control systems // Physical and mathematical modeling and information technology: Collection of scientific works. Lviv, Center for Mathematical Modeling of the Institute of Applied Problems of Mechanics and Mathematics named after J.S. Hairdresser of the National Academy of Sciences of Ukraine, 2005. Issue. 1. P. 159-165.
15. Barabash O.V., Durnyak B.V., Mashkov O.A., Obidin D.M. Ensuring the functional stability of complex technical systems // Modeling and information technology: Coll. Science. Kyiv, Institute of Modeling Problems in Energy named after G.Ye. Pukhova NAS of Ukraine, 2012. Issue. 64. P. 36-41.