

**Крощенко Денис Олексійович**

Український державний університет залізничного транспорту, Харків

ORCID 0009-0005-9853-4362

**АНАЛІЗ ПРИНЦИПІВ РЕАЛІЗАЦІЇ ЗАВАДОСТІЙКИХ КОДІВ ЛАБІ**

**Анотація.** Телекомунікаційні мережі з пакетною комутацією широко використовуються для передачі різноманітної інформації. При цьому, проблема втрати пакетів значно впливає на якість обслуговування користувачів. Було показано, що цифрові фонтанні коди є популярним класом кодів стирання у сфері зв'язку. Нескінченні закодовані пакети надсилаються безперервно, що є важливою властивістю фонтанних кодів які називаються безрейтовими або безшвидкісними. Оскільки вихідні дані можна відновити незалежно від того, які пакети отримано, фонтанні коди також вважаються надійними для вирішення проблеми втрати пакетів. Продемонстровано, що сучасним підходом до відновлення втрачених пакетів є застосування кодів Лабі, які являються першою практичною реалізацією фонтанних кодів. Ці коди використовують спеціальний закон розподілу ймовірностей який є ключовою характеристикою для визначення ефективності коду. Було розглянуто особливості щільності розподілу ймовірностей степенів згідно солітонового та робастного розподілу. Представлено основні характеристики даних кодів які являють собою ефективність, безшвидкісне кодування та надійність. Проаналізовано підходи до оптимізації кодів на основі перетворення Лабі. Показано принцип роботи, а також наведено приклади і особливості процесу кодування та декодування кодами на основі перетворення Лабі. Виявлено, що коди перетворення Лабі є потужним інструментом для забезпечення надійної та ефективної передачі даних у телекомунікаційних системах. Вони дозволяють досягти високої надійності навіть у складних умовах передачі, що робить їх надзвичайно корисними для сучасних телекомунікаційних систем та мереж. Оптимізація кодів Лабі є складним та багатогранним завданням, яке включає використання різних методів. Тому, було запропоновано декілька підходів щодо оптимізації розглянутих кодів у телекомунікаційних системах. Застосування цих методів дозволить значно підвищити ефективність та надійність даних кодів у телекомунікаційних системах.

**Ключові слова:** завадостійкі коди, кодування, декодування, коди Лабі, оптимізація

**Kroshchenko Denys**

Ukrainian State University of Railway Transport, Kharkiv

ORCID 0009-0005-9853-4362

**ANALYSIS OF THE PRINCIPLES OF IMPLEMENTING LUBY ERROR-CORRECTING CODES**

**Abstract.** Packet-switched telecommunication networks are widely used for transmitting various types of information. However, the issue of packet loss significantly affects the quality of service for users. It has been shown that digital fountain codes are a popular class of erasure codes in the field of communication. Infinite encoded packets are continuously sent like a fountain, which is an important property of fountain codes, also known as rateless codes. Since the original data can be recovered regardless of which packets are received, fountain codes are also considered reliable for addressing the packet loss problem. It has been demonstrated that the modern approach to recovering lost packets involves the use of Luby codes, which represent the first practical foundation and implementation of fountain codes. These codes employ a special probability distribution law, which is a key characteristic in determining the efficiency of the code. The peculiarities of soliton-like

*probability distribution laws for Luby codes are considered. The main characteristics of these codes, which include efficiency, rateless coding, and reliability, are presented. Approaches to optimizing the codes based on Luby's transformation are analyzed. The principle of operation is shown, along with examples and features of the coding and decoding processes using Luby transformation codes. It is found that Luby transformation codes are a powerful tool for ensuring reliable and efficient data transmission in telecommunication systems. They enable high reliability even in challenging transmission conditions, making them extremely useful for modern telecommunication systems and networks. Finally, several approaches to optimizing the discussed codes in telecommunication systems are proposed. Optimizing Luby codes is a complex and multifaceted task that includes the use of various methods. However, the application of these methods can significantly enhance the efficiency and reliability of these codes in telecommunication systems.*

**Keywords:** error-correcting codes, encoding, decoding, Luby codes, optimization

## 1. Вступ.

Телекомунікаційні мережі з пакетною комутацією широко використовуються для передачі різноманітної інформації. Зазвичай, дані в цих мережах подаються у вигляді структурно відокремлених частин, які називаються пакетами. Проте, проблема втрати пакетів значно впливає на якість обслуговування користувачів даних мереж [1]. Для вирішення даної проблеми важливу роль відіграють методи завадостійкого кодування інформації.

## 2. Аналіз останніх досліджень і публікацій.

Цифрові фонтанні коди є популярним класом кодів стирання у сфері зв'язку. Спочатку вихідні дані розбиваються на декілька фрагментів однакової довжини. Довжина кожного фрагмента може складати будь-яку кількість біт. Відправник генерує закодовані пакети або так звані закодовані символи, коли довжина пакета становить один біт, за допомогою певної операції кодування. Процедура кодування та відправлення може повторюватися незалежно та необмежено. Нескінченні закодовані пакети надсилаються безперервно, що є важливою властивістю фонтанних кодів. Дані коди відносяться до класу безшвидкісних завадостійких кодів. Після отримання достатньої кількості пакетів, кількість яких зазвичай трохи перевищує кількість вихідних даних, вихідні дані можна повністю відновити. Інформація про кодування може бути вбудована в кожен пакет. Як результат, коди цифрового фонтану особливо корисні в трансляції або в інших ситуаціях, коли зворотні канали недоступні. Крім того, оскільки вихідні дані можна відновити незалежно від того, які пакети отримано, фонтанні коди також вважаються надійними для вирішення проблеми втрати пакетів [2]. Отже, сучасним підходом до відновлення втрачених пакетів є використання кодів на основі перетворення Лабі, які являються першою практичною реалізацією фонтанних кодів. Коди Лабі - це коди без фіксованої швидкості передачі в тому сенсі, що, починаючи з блоку з  $k$  пакетів даних, на вимогу, може бути створена довільна кількість кодових символів [3]. Дані коди відносяться до класу стираючих кодів, які забезпечують надійність для різноманітних програм передачі даних. Використовуючи коди Лабі, можна згенерувати та надіслати в пакети майже мінімальну кількість кодових символів, і кількість пакетів, яку кожен отримувач потребує до того, як зможе відновити початкові дані, є асимптотично близькою до мінімально можливої. Коли в цих рішеннях використовуються традиційні коди стирання, кількість пакетів для генерації фіксується на основі найкращого припущення про умови мережі перед створенням будь-яких пакетів, і неминуче це припущення або занадто високе, або занадто низьке [4]. Коди Лабі використовують спеціальний закон розподілу ймовірностей, на основі якого формуються кодові символи. Використання цього закону є ключовою характеристикою для визначення ефективності коду. У статті [5] отримано оптимальний розподіл степенів для визначення яких використовувалися два різних підходи: марковський та комбінаторний. В [6] представлено залежність розподілу ймовірностей степенів кодового символу при заданні різних параметрів для солітонового та робастного розподілу. У роботі [7] розглянуто важливість мати меншу

кількість закодованих символів шляхом оптимізації різних параметрів робастного розподілу для зменшення затримки кодера і декодера та максимізації пропускної здатності. Для підвищення ефективності передачі інформації з використанням кодів на основі перетворення Лабі в [8], в якості пошукового механізму, запропоновано використовувати багатокритеріальні узагальнені процедури на основі природних обчислень.

Таким чином, актуальною задачею є аналіз принципів побудови та декодування завадостійких кодів Лабі для визначення подальших шляхів оптимізації їх структури для заданих умов передавання інформації.

### **3. Мета дослідження.**

Метою дослідження є проведення аналізу принципів побудови та декодування завадостійких кодів Лабі для визначення подальших шляхів оптимізації їх структури для телекомунікаційних мереж з пакетною комутацією.

### **4. Результати дослідження.**

Останнім часом, коди Лабі знаходять своє застосування в багатьох сферах завдяки простим та ефективним реалізаціям кодера і декодера. Для досягнення надійної доставки даних у стільникових та безпроводових трансляційних додатках схема автоматичного повторного запиту може бути не найкращим варіантом. Оскільки дана схема допускає повторні передачі даних, що спричиняє більше затримок, які є неприйнятними у трансляційних додатках. Коди з низькою щільністю перевірок на парність є однією зі схем прямого виправлення помилок, які забезпечують надійний зв'язок з мінімальними повторними передачами. Однак, припускається, що і передавач, і приймач повинні знати заздалегідь про умови каналу, але це може бути неможливим, як у випадку з Інтернетом, де умови каналу завжди змінюються. Отже, коди Лабі виявилися ідеальним вибором для застосування завдяки своїй адаптивній природі до змінних умов каналу, вони ефективно використовуються в супутникових системах зв'язку, бездротових мережах, хмарних обчисленнях та ін. [9],[10].

Коди перетворення Лабі є першими прикладами кодування для мереж з випадковим доступом до даних, які забезпечують високу ефективність та надійність передачі даних. Ці коди є частиною класу кодування безшвидкісних або фонтанних кодів, які використовуються в телекомунікаційних системах, особливо в умовах змінного та непередбачуваного середовища передачі даних.

Основні характеристики кодів Лабі - це ефективність, безшвидкісне кодування та надійність.

Ефективність проявляється в тому, що коди Лабі дозволяють передавати дані з мінімальними надлишками, що знижує витрати на передачу та підвищує ефективність використання каналу.

Принципом безшвидкісного кодування є генерування нескінченного потоку кодових слів, які можна використовувати для відновлення оригінальних даних. Це дозволяє приймачам отримувати достатню кількість кодових слів для декодування, незалежно від втрат у каналі.

Висока надійність передачі досягається завдяки можливості відновлення оригінальних даних навіть при втраті частини кодових слів.

Розглянемо принцип роботи кодів перетворення Лабі.

Спочатку виконується генерація кодових слів. У розробці кодів Лабі випадкові числа відіграють важливу роль під час процесу кодування. Підхід, який використовується кодами Лабі для інформування одержувачів про кодування, досягається шляхом синхронізації генератора випадкових чисел із заданим початковим числом [2]. Відправник генерує кожне кодове слово як суму випадкової підмножини вихідних даних. Кількість елементів у підмножині вибирається випадковим чином відповідно до певного розподілу солітонового або робастного. Щільність розподілу ймовірностей згідно солітонового розподілу має наступний вигляд:

$$p(d) = \begin{cases} \frac{1}{k}, d = 1 \\ \frac{1}{d(d-1)}, d = 2, \dots, k \end{cases}$$

Для забезпечення зручного способу побудови розподілу використовується робастний розподіл степенів.

$$\mu(d) = \frac{p(d) + \tau(d)}{\beta}$$

де  $\beta$  - нормуючий множник, що визначається за формулою

$$\beta = \sum_{d=1}^k p(d) + \tau(d)$$

де  $\tau(d)$  - функція посилення, що визначається за формулою

$$\tau(d) = \begin{cases} \frac{R}{dk}, d = 1, 2, \dots, (k/R) - 1 \\ \frac{R}{k} \ln(R/\delta), d = k/R \\ 0, d > k/R \end{cases}$$

де  $\delta$  - параметр, що визначає ймовірність успішного декодування,  $R$  - параметр який визначається за формулою:

$$R = c \cdot \ln\left(\frac{k}{\delta}\right) \cdot \sqrt{k}$$

де  $c$  - параметр розподілу

Після обраного виду розподілу йде передача даних, кодові слова передаються через канал зв'язку. Приймач збирає кодові слова до тих пір, поки не отримає достатню кількість для відновлення оригінальних даних. Після цього йде процес декодування, приймач використовує алгоритм декодування, щоб відновити вихідні дані з отриманих кодових слів. Зазвичай, це робиться за допомогою представлення кодів Лабі у вигляді графів (рис. 1).

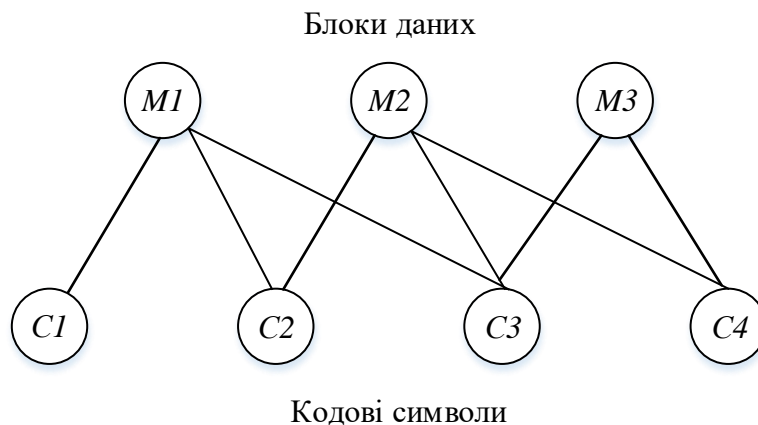


Рис. 1. Граф коду Лабі

#### 4.1 Кодування кодами Лабі.

Процес кодування кодами Лабі полягає в генеруванні кодових символів з початкових даних, що дозволяє відновити оригінальні дані з будь-якої достатньої кількості кодових символів. Основні кроки кодування включають:

1. Розбиття даних. Початкові дані розбиваються на  $k$  блоків однакового розміру. Позначимо ці блоки як  $m_1, m_2, \dots, m_k$
2. Генерація ступеня кодового символу. Вибирається степінь  $d$  відповідно до розподілу.
3. Вибір блоків. Випадково обираються  $d$  блоків з початкових даних.
4. Кодування. Кодовий символ генерується як XOR (виключне АБО) обраних блоків. Наприклад, якщо обрані блоки  $m_1, m_2, m_3$ , тоді кодовий символ  $c_i = m_1 \oplus m_2 \oplus m_3$
5. Повторення. Повторювати кроки 2-4 для генерації необхідної кількості кодових символів.

#### Приклад кодування

Припустимо, у нас є початкові дані, розділені на 3 блоки  $m_1, m_2, m_3$ . Нехай нам потрібно закодувати ці блоки для передачі.

1. Генерація кодових символів

##### Кодовий символ $c_1$

Вибираємо степінь  $d = 2$  (випадково).

Вибираємо блоки  $m_1$  і  $m_3$  (випадково).

$$\text{Кодовий символ } c_1 = m_1 \oplus m_3$$

##### Кодовий символ $c_2$

Вибираємо степінь  $d = 3$  (випадково).

Вибираємо блоки  $m_1, m_2$  і  $m_3$  (випадково).

$$\text{Кодовий символ } c_2 = m_1 \oplus m_2 \oplus m_3$$

##### Кодовий символ $c_3$

Вибираємо степінь  $d = 1$  (випадково).

Вибираємо блоки  $m_2$  (випадково).

$$\text{Кодовий символ } c_3 = m_2$$

#### 4.2 Процес декодування.

Процедура декодування цих кодів базується на алгоритмі зворотного поширення і включає наступні кроки:

1. Отримання кодових символів. Отримуємо набір кодових символів  $c_1, c_2, \dots, c_n$ , де  $n \geq k$ .
2. Створення графу залежностей. Створюємо граф, де кожен кодовий символ з'єднаний з блоками даних, які були використані для його генерації.
3. Вибір ступеня 1. Вибираємо всі кодові символи, які мають ступінь 1 (пов'язані з одним блоком даних). Це означає, що даний кодовий символ дорівнює значенню цього блоку даних.
4. Відновлення блоків. Відновлюємо значення відповідних блоків даних.
5. Оновлення графу. Видаляємо відновлені блоки даних з графу і оновлюємо ступені залишених кодових символів, виконуючи операцію XOR з відомими блоками даних.
6. Повторення. Повторюємо кроки 3-5, поки всі блоки даних не будуть відновлені.

#### Приклад декодування

Отримали кодові символи  $c_1, c_2, c_3$

$$c_1 = m_1 \oplus m_3$$

$$c_2 = m_1 \oplus m_2 \oplus m_3$$

$$c_3 = m_2$$

Мета: відновити початкові блоки  $m_1, m_2, m_3$

1. Створення графу залежностей

$c_1$  пов'язаний з  $m_1$  і  $m_3$

$c_2$  пов'язаний з  $m_1, m_2$  і  $m_3$

$c_3$  пов'язаний з  $m_3$

2. Вибір степеня 1

$c_3 = m_3$ , тому  $m_3 = c_3$

3. Оновлення графу

Підставляємо  $m_3$  в  $c_2$  та  $m_3$  в  $c_1$

$c_2 = m_1 \oplus m_2 \oplus m_3$

$c_2 \oplus m_3 = m_1 \oplus m_2$

$c_2' = m_1 \oplus m_2$

$c_2'$  має степінь 2

$c_1 = m_1 \oplus m_3$

$c_1 \oplus m_3 = m_1$

$c_1' = m_1$

$c_1'$  має степінь 1

4. Знову вибір степеня 1. Повторення кроків, доки всі блоки не будуть відновлені:

Підставляємо  $m_1$  в  $c_2'$

$c_2' = m_1 \oplus m_2$

$c_2' \oplus m_1 = m_2$

$c_2'' = m_2$

Таким чином, ми можемо поступово відновити всі блоки.

Отже, процес декодування складається з ітераційного використання отриманих кодових символів для поступового відновлення початкових даних. Коди перетворення Лабі забезпечують надійне відновлення даних навіть при втраті деяких кодових символів завдяки надмірності та використанню операцій XOR. Процедури кодування та декодування забезпечують надійну передачу даних навіть за наявності втрат пакетів в телекомунікаційних системах.

### 4.3 Шляхи оптимізації кодів Лабі.

1) Оптимізація параметрів кодування. Параметри кодування можуть бути оптимізовані для конкретних умов використання, а саме вибір оптимального розміру блоків даних та кількості кодових символів, це може значно вплинути на ефективність коду та забезпечити баланс між надлишковістю коду та надійністю передачі.

2) Використання математичного моделювання та комп'ютерних симуляцій. Дозволить оцінити ефективність різних стратегій оптимізації та проаналізувати вплив різних факторів на ймовірність виникнення помилок.

3) Адаптивне кодування. Вибір степеня вузлів може змінюватися в залежності від поточної якості каналу та рівня втрат. Розподіл степенів може змінюватися під час передачі даних для забезпечення балансу між ефективністю кодування та надійністю передачі.

4) Використання гібридних кодів. Дає можливість поєднувати коди Лабі з іншими типами кодів для досягнення кращих результатів. Наприклад для зниження складності декодування або підвищення надійності.

5) Вибір оптимального розподілу степеня. Базовий солітоновий розподіл на практиці працює погано. Робастний розподіл забезпечує зручний спосіб побудови розподілу, що працює добре, але не оптимально.

## 5. Висновки.

Коди Лабі доцільно застосовувати у телекомунікаційних мережах з пакетною комутацією. Вони дозволяють досягти високої швидкості передачі з додатковою можливістю відновлення даних у випадку втрати. Коди Лабі допомагають забезпечити ефективну передачу даних в мобільних мережах, в передачі стрімінгового відео, де передача даних повинна бути стабільною і безперервною, навіть при змінних умовах мережі, можуть використовуватися для забезпечення надійності та ефективності різних мережевих протоколів. Коди Лабі дозволяють ефективно коригувати помилки завдяки своїм властивостям розподіленого кодування і здатності до відновлення. Кодування даних кодів дозволяє впоратися з втратами пакетів даних і забезпечити безперервність передачі інформації. Оптимізація кодів Лабі є складним та багатогранним завданням, яке включає вибір оптимальних розподілів степенів, використання гібридних кодів, адаптивне кодування, оптимізацію параметрів кодування та застосування комп'ютерного і математичного моделювання.

## Список використаної літератури

1. Штомпель Н. А. Биоинспирированный метод оптимизации кодов на основе преобразования Лаби. *Информатика, кибернетика та обчислювальна техніка*. 2016. №2 (23) С. 153-157
2. Chen, C.-M., Chen, Y.-P., Shen, T.-C., Zao, J.K. Optimizing Degree Distributions in LT Codes by Using The Multiobjective Evolutionary Algorithm Based on Decomposition. *NCLab Report No. NCL-TR-2010002* February 2010.
3. Ryan W., Lin. S. Channel Codes: Classical and Modern – New York: *Cambridge University Press*, 2009. – 674 p.
4. Luby M. LT codes. *Proceedings of the 43rd Symposium on Foundations of Computer Science, IEEE Computer Society*, 2002. – pp. 271 – 280
5. Hyutia E., Tirronen T., Virtamo J. Optimal degree distribution for LT codes with small message length. *Proceedings of the 26th IEEE International Conference on Computer Communications (INFOCOM 2007)*, 2007. – pp. 2576 – 2580.
6. Асауленко І.О., Приходько С.І., Штомпель М.А. Аналіз методів відновлення даних у телекомунікаційних мережах з комутацією пакетів. *Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті*. 2015. Вип. 4. С. 27 – 38.
7. Vodine E.A., Cheng M. K. Characterization of Luby transform codes with small message size for low latency decoding. *IEEE International Conference on Communications (ICC '08)*, 2008. – pp. 1195 – 1199.
8. Штомпель Н. А. Многокритериальная оптимизация кодов Лаби на основе природных вычислений. *Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті*. 2017. Вип. 1. С. 24 – 27.
9. Joe Louis Paul I., Radha S., Raja J. Throughput and Bit Error Rate Analysis of Luby Transform Codes with Low and Medium Nodal Degree Distributions. *American Journal of Applied Sciences* 11 (9): 1584-1593, 2014
10. Штомпель Н. А. Тенденции развития методов помехоустойчивого кодирования информации в телекоммуникациях. *Зв'язок, радіотехніка, радіолокація, акустика та навігація*. 2017. 1(50). С. 35-37

## References

1. Shtompel N.A. Bioinspired Optimization Method for Codes Based on Luby Transformation. *Computer Science, Cybernetics, and Computer Engineering* 2016. No. 2 (23), pp. 153-157.

2. Chen, C.-M., Chen, Y.-P., Shen, T.-C., Zao, J.K. Optimizing Degree Distributions in LT Codes by Using The Multiobjective Evolutionary Algorithm Based on Decomposition. NCLab Report No. NCL-TR-2010002 February 2010.
3. Ryan W., Lin. S. Channel Codes: Classical and Modern – New York: Cambridge University Press, 2009. – 674 p.
4. Luby, M. LT Codes. Proceedings of the 43rd Symposium on Foundations of Computer Science, IEEE Computer Society, 2002. – pp. 271 – 280.
5. Hyytia, E., Tirronen, T., Virtamo, J. Optimal Degree Distribution for LT Codes with Small Message Length. Proceedings of the 26th IEEE International Conference on Computer Communications (INFOCOM 2007), 2007. – pp. 2576 – 2580.
6. Asaulenko I.O., Prykhodko S.I., Shtompel M.A. Analysis of Data Recovery Methods in Packet-Switched Telecommunications Networks. Information and Control Systems in Railway Transport. 2015. – Issue 4. P. 27 – 38.
7. Bodine E.A., Cheng M.K. Characterization of Luby Transform Codes with Small Message Size for Low Latency Decoding. IEEE International Conference on Communications (ICC '08), 2008. – pp. 1195 – 1199.
8. Shtompel N.A. Multi-criteria Optimization of Luby Codes Based on Natural Computations. Information and Control Systems in Railway Transport. 2017. – Issue 1. P. 24 – 27.
9. Joe Louis Paul I., Radha S., Raja J. Throughput and Bit Error Rate Analysis of Luby Transform Codes with Low and Medium Nodal Degree Distributions. American Journal of Applied Sciences 11 (9): 1584-1593, 2014.
10. Shtompel N.A. Trends in the Development of Methods for Interference-Resistant Coding of Information in Telecommunications. Communication, Radio Technology, Radar, Acoustics and Navigation. 2017. 1(50) P. 35-37.