

УДК 621.391.833

Дикарев А. В., канд. техн. наук, доц. (Тел. +380 (44) 275 86 34. E-mail: aleksandr@ukr/net)
(Государственный университет телекоммуникаций, г. Киев)

СПЕЦИФИКАТОРЫ КОЛЬЦЕВЫХ КОДОВ

Дикарев О. В. Спецификатори кільцевих кодів. Показано, що ідентифікатори кільцевих кодів мають складатись із окремих компонентів-специфікаторів, які, у кінцевому рахунку, утворюють його завершений ідентифікатор, який дає змогу виявляти та виправляти каналні помилки. Всі специфікатори розраховуються на базі елементів вектору показників зсуву, який повністю описує кільцевий код у іншому математичному уявленні. Наведено приклади ідентифікації кільцевих кодів. Обґрунтовано алгоритм ідентифікації окремих рядків матриці кільцевих кодів, що виконують роль кодових слів.

Ключові слова: кільцевий код, ідентифікатор, кодове слово, вектор, перевірочні символи

Дикарев А. В. Спецификаторы кольцевых кодов. Показано, что идентификаторы кольцевых кодов должны состоять из отдельных компонентов-спецификаторов, которые, в конечном счете, составляют завершённый идентификатор, позволяющий обнаруживать и исправлять каналные ошибки. Все спецификаторы рассчитываются на базе элементов вектора показателей сдвига, который полностью описывает кольцевой код в другом математическом представлении. Даны примеры идентификации кольцевых кодов. Обоснован алгоритм идентификации отдельных строк кольцевых кодов, выполняющих роль кодовых слов.

Ключевые слова: кольцевой код, идентификатор, кодовое слово, вектор, проверочные символы

1. Постановка задачи. Каждый кольцевой код в общем случае представляет собой квадратную матрицу сдвинутых по кольцевому принципу на один символ вправо либо влево N двоичных последовательностей, в которых m элементов единичные, а остальные $N-m$ нулевые [1...4]. Любую строку кольцевого кода можно использовать в качестве кодового слова при кодировании дискретной информации. Каждому кольцевому коду соответствует свой уникальный вектор показателей сдвигов (ВПС), элементами которого являются $N-1$ целых четных чисел. ВПС полностью характеризует свой кольцевой код и является его эквивалентом в другом математическом представлении. Одновременно он также является идентификатором кольцевого кода. Однако, значительная информационная величина элементов вектора показателей сдвигов, если представить их двоичным кодом, не позволяет использовать ВПС в этом качестве. Однако отдельные, значительно меньшие по величине компоненты ВПС, имеющие малую информационную величину, могут выполнять роль не только идентификаторов кодовых слов, но также фактора проверки и исправления канальных ошибок в кодовом слове. Задача заключается в нахождении и обосновании таких компонентов этого показателя указанного вектора с успехом выполняют эту роль. В зависимости от полноты информации о кольцевом коде и таких компонентов требуется разное количество и получаются они с различной степенью сложности.

В дальнейшем для названия различных компонентов идентификатора кольцевого кода воспользуемся термином “спецификатор”. Общепринятое понятие “спецификатор” трактуется, как обобщённое название семейства функций или свойств различного рода разработок. В приложении к кольцевым кодам будем использовать этот термин, как частный, один из нескольких возможных компонентов-показателей, определяющих основные свойства кодового слова, являющегося строкой кольцевого кода. В этот термин будем вкладывать понятие частичного, не достаточно полного и достоверного показателя кодового слова. Тогда идентификатор кодового слова должен состоять не из одного, а из нескольких спецификаторов.

2. Исходные данные к построению спецификаторов. Являясь в определённой мере аналогом циклических, кольцевые коды отвечают всем законам и особенностям групп и полей Галуа [5...7]. И в то же время в большой мере подобием кольцевых кодов и сопровождающих их векторов показателей сдвигов являются математические методы цифровой обработки сигналов [8]. Аналитическому представлению периодических функций в амплитудно-частотной области при указанной аналогии соответствует квадратной матрице каждого кольцевого кода, а соответствующему каждому кольцевому коду матрица векторов показателей сдвигов по характеру своих свойств напоминает и даже в некоторой

мере соответствует комплексному частотному спектру периодического сигнала либо и его компонентам: амплитудно- и фазо-частотному спектрам периодической функции. Такое дуальное представление периодических функций в теории цифровой обработки сигналов позволяет использовать различные способы обработки функций: теорию векторно-матричного анализа, комплексных чисел, операционного исчисления, оптимизационные алгоритмы и методы. Воспользовавшись этой аналогией, назовём основные свойства кольцевых кодов и соответствующих им векторов показателей сдвигов, которые были использованы при создании спецификаторов.

1) Свойство подобия, при котором закономерность, выявленная, для одного кольцевого кода, распространяется на все остальные кольцевые коды.

2) Свойство взаимной симметрии, при котором закономерности, выявленные для преобразования строк кольцевых кодов остаются справедливыми и для их столбцов.

3) Свойство взаимной симметрии элементов ВПС, при котором элементы с одинаковыми номерами левой половины вектора показателей сдвигов тождественно равны элементам правой половины. При этом отсчет элементов левой половины ведется с начала вектора, а правой половины-с его конца. Подобное свойство наблюдается в значениях комплексных частот, получаемых в результате прямого представления периодических сигналов рядом Фурье [8].

4) Свойство эквивалентности ВПС для кольцевых кодов с дельта-фактором при его повороте на 180 градусов на символах исходного вектора.

5) Свойство эквивалентности ВПС для кольцевых кодов с прямыми и инвертированными символами строк кольцевых кодов.

6) Свойство равенства зеркального преобразования исходной последовательности, состоящее в том, что ВПС получается одним и тем же для кольцевого кода с левым или правым кольцевым сдвигом символов исходного вектора.

7) Свойство постоянства сумм элементов ВПС, которое можно сформулировать следующим образом. Базовой начальной суммой ВПС любого кольцевого кода с длиной базового вектора $N=const$ является сумма кольцевого кода $S(1)$, у которого число единиц равно $m=1$, а нулей – $N-1$. Тогда сумма элементов ВПС с той же длиной исходного вектора N и количеством единиц m находится как $S(m)=m \cdot S(1)$.

8) Между длиной кольцевого кода N , числом в нем единичных символов m и общей суммой $S(N)$ элементов ВПС существует функциональная зависимость, выражающаяся формулой $S(N)=2 \cdot m \cdot (N-m)$.

9) Свойство функциональной зависимости: ВПС получены из кольцевых кодов на основании функционально связанных между собой двоичных операций NOR, OR и NOT.

10) Элементы ВПС, полученные использованием операции NOR, всегда четные и могут быть уменьшены по величине в два раза.

Для семейств кольцевых кодов [3] можно выделить три этапа получения представителей (членов) каждого семейства: *базовый* начальный этап, определяемый выбранным дельта-фактором (структурой звена); *этап настройки* или переходного состояния, при которой часть элементов ВПС изменяются в интервале от 2 до $2m$ и *установившийся* “коматозный” этап, при котором увеличение длины исходного вектора очередного представителя выбранного семейства N на единицу приводит только к добавлению в середине ВПС нового элемента со значением $2m$.

Назовём операции связи для кольцевых кодов и порождаемых ими векторов показателей сдвигов. Для ВПС это распределение элементов в интервале от 0 до $2m$, их повторяемость, общая сумма, связь с видом дельта-фактора исходного вектора, изменение суммы элементов с ростом m , глубина связи. Вектор показателей сдвигов характеризуют каждую строку кольцевого кода одним своим элементом в порядке следования строк.

3. Возможные спецификаторы кольцевых кодов. Самым полным верным и надёжным идентификатором кодового слова, входящего в состав строк кольцевого кода мог бы служить вектор показателей сдвигов этого кольцевого кода. Можно предложить ряд различных

спецификаторов, вытекающих из свойств кольцевых кодов. Рассмотрим некоторые спецификаторы, получаемые на основании математических операций с элементами ВПС:

- общая сумма элементов ВПС S , по которой можно определить N и m кольцевого кода;
- спецификатор $D1$, который находится как разность двух соседних элементов ВПС, причём из большего значения вычитается меньшее и полученные значения алгебраически суммируются таким образом, чтобы результат получался нарастающим итогом. Алгебраическая сумма может быть как положительным, так и отрицательным числом, что и видно из таблиц 1 и 2.

- спецификатор $D2$, получаемый как целая часть от деления двух соседних элементов ВПС. Причем, если предыдущий элемент по величине меньше последующего, результат получается нулевым. Если же два соседних элемента одинаковы, результат деления равен единице. Результаты суммируются и получается один из возможных спецификаторов. В таблицах деление соседних элементов ВПС осуществлялось слева на право. Подобный данному спецификатор $D3$, но с другим значением может быть получен при делении соседних элементов в направлении с права налево.

Ясно, что для кольцевых кодов можно предложить и другие спецификаторы, определяемые по различным алгоритмам.

В Табл. 1 и 2 показаны примеры получения описанных здесь спецификаторов к выбору единого идентификатора для различных кодовых слов. Так в Табл.1 кодовые слова-исходные векторы-имеют одинаковую длину $N=17$ и одно и то же число единиц $m=5$. Но дельта-фактор (распределение единиц на символах кодового слова) у них разный. Поэтому спецификатор S , позволяющий определить длину и кратность единиц в кодовом слове (исходном векторе), везде одинаковый и равен 120, а другие спецификаторы $D1$, $D2$, и $D3$, по которым методом подбора и сравнения можно идентифицировать кодовое слово, различны.

Табл. 1

Параметры	Исходный вектор N	Вектор показателей сдвигов	S	$D1$	$D2$	$D3$
$N=17, m=5$	1 0 1 0 1 0 1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0	10 2 10 4 10 6 10 8	120	20	9	8
$N=17, m=5$	1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 0 0	10 10 2 10 8 4 10 6	120	10	10	8
$N=17, m=5$	1 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 1	8 10 10 2 6 10 10 4	120	28	7	7
$N=17, m=5$	1 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 1 0 1 0 0	10 8 6 8 4 10 8 6	120	0	5	3

В Табл. 2 для кодов с длиной блока $N=19$ и кратностью единиц $m=6$ и $m=8$ демонстрируются два частных случая, описанные в п. 2, когда два кодовых слова имеют инвертированные символы-первые две строки Табл. 2 и дельта-фактор повернут на символах исходного вектора на 180° . В обоих случаях ВПС, а соответственно, и все спецификаторы остаются одинаковыми. Такие коды могут использоваться для обнаружения и исправления канальных ошибок. Как и в случае кодовых слов Табл. 1, спецификатор S позволяет определить длину и кратность единиц в кодовом слове (исходном векторе), а спецификаторы $D1$, $D2$, и $D3$ методом подбора и сравнения идентифицировать кодовое слово.

Табл. 2

Параметры	Исходный вектор N	Вектор показателей сдвигов	S	$D1$	$D2$	$D3$
$N=19, m=6$	0 1 0 0 0 1 0 1 0 0 1 1 0 0 0 1 0 0 0	10 10 10 6 6 8 12 10 6	156	6	6	5
$N=19, m=13$	1 0 1 1 1 0 1 0 1 1 0 0 1 1 1 0 1 1 1	10 10 10 6 6 8 12 10 6	156	6	6	5
$N=19, m=8$	1 0 1 0 0 1 0 0 0 1 1 0 0 0 0 1 0 1 0	12 8 12 8 8 10 8 10 8	168	6	5	4
$N=19, m=11$	1 0 1 0 1 1 1 1 0 0 1 1 1 0 1 1 0 1 0	12 8 12 8 8 10 8 10 8	168	6	5	4

4. Применение спецификаторов в кольцевых кодах. Спецификаторы кольцевых кодов в общем случае можно разделить на две группы: спецификаторы обычных кольцевых кодов (Табл. 3...8) и спецификаторы семейств кольцевых кодов (Табл. 9, 10). Дадим краткую характеристику спецификаторов обеих групп.

4.1. Спецификаторы обычных кольцевых кодов

Табл. 3. В качестве идентификатора кодового слова, входящего в состав кольцевого кода, используется общая сумма коэффициентов вектора показателей сдвигов S . Этот

параметр кольцевого кода позволяет однозначно определить длину кодового слова (что важно для кодов переменной длины) и кратность единиц (нулей) в кодовом слове.

Табл. 4. В качестве идентификатора кодового слова используется общая сумма коэффициентов вектора показателей сдвигов S и один спецификатор $D1$ или $D2$. Последующие вычисления позволяют проверить и устранить путём подбора (с определенной степенью точности) ошибки в кодовом слове.

Табл. 5. В качестве идентификатора кодового слова используется общая сумма коэффициентов вектора показателей сдвигов S и два спецификатора $D1$ и $D2$. Как и в предыдущем случае, последующие вычисления позволяют проверить и устранить путём подбора ошибки в кодовом слове. Точность расчетов при этом повышается.

Табл. 6. В качестве идентификатора используется инвертированное кодовое слово и один из спецификаторов $D1$ или $D2$. Недостатком метода является завышенное количество бит, используемых для идентификации кодового слова и исправления ошибок.

Табл. 7. В качестве идентификатора используется инвертированное кодовое слово и два спецификатора $D1$ и $D2$. Недостатком метода, как и в предыдущем случае, является завышенное количество бит, используемых для идентификации кодового слова и исправления ошибок. Точность исправления ошибок при этом высокая.

Табл. 8. В качестве идентификатора используется общая сумма коэффициентов вектора показателей сдвигов S и два спецификатора $D1$ и $D2$. Кодовое слово на приемный конец вообще не посылается. Оно восстанавливается посредством последующих вычислений.

Один спецификатор-сумма S Табл. 3

Кодовое слово	Сумма элементов ВПС S
---------------	-------------------------

Два спецификатора-сумма $S+D1$ Табл. 4

Кодовое слово	Сумма элементов ВПС S	$D1$
---------------	-------------------------	------

Три спецификатора-сумма $S+D1+D2$ Табл. 5

Кодовое слово	Сумма элементов ВПС S	$D1$	$D2$
---------------	-------------------------	------	------

Два кодовых слова и спецификатор $D1$ Табл. 6

Кодовое слово	Инвертированное кодовое слово	$D1$
---------------	-------------------------------	------

Два кодовых слова и два спецификатора $D1$ и $D2$ Табл. 7

Кодовое слово	$D1$	Инвертированное кодовое слово	$D1$	$D2$
---------------	------	-------------------------------	------	------

Сумма элементов ВПС и два спецификатора $D1$ и $D2$ Табл. 8

Сумма элементов вектора показателей сдвигов S	$D1$	$D2$
---	------	------

4. 2. Спецификаторы семейств (особых) кольцевых кодов

Табл. 9. В качестве идентификаторов специальных кольцевых кодов образующих семейства, входят два спецификатора: индекс (название) самого семейства, который передается один раз для всего семейства, а далее время от времени может обновляться, оставаясь одним и тем же. Индекс может занимать одно хорошо защищенное от искажений кодовое слово.

Табл. 10. В дальнейшем для каждого представителя (члена) семейства передается только длина кодового слова и номер строки кольцевого кода, поскольку с одной и той же длиной N может быть не один, а N кодовых слов, а именно столько, сколько строк в кольцевом коде.

Индекс семейства кольцевых кодов Табл. 9

Общий индекс семейства кольцевых кодов
--

Длина кодового слова N +номер строки Табл. 10

Длина кодового слова N +номер строки, защищенные циклическим кодом
--

5. Идентификация отдельных строк кольцевых кодов. В общем случае по одному известному вектору показателей сдвигов идентифицируется весь кольцевой код, а не одна его строка. Номер каждой из N строк приходится задавать, как это требуется в цепочечных кольцевых кодах. Но в общих случаях этого делать не требуется, благодаря свойствам каждой строки кольцевого кода. Объясняется это тем, что при кольцевом сдвиге на один шаг влево или вправо t единиц и $N-t$ нулей занимают t и $N-t$ новых положений относительно предыдущего своего состояния. Тогда, во всяком случае теоретически, при пуассоновском

возникновении ошибок в канале связи, которые инвертируют единичные и нулевые символы с вероятностью p , возможность исказить в кодовом слове часть или все m единиц сведётся к крайне малой величине p^m и, следовательно, по методу наибольшего правдоподобия, проверяя принятое кодовое слово и сравнивая его со всеми остальными строками кольцевого кода, становится легко выявить нужную строку кольцевого кода, используемую сейчас в качестве кодового слова, даже если произошла трансформация некоторых, но не всех символов на тех местах, которые они занимали первоначально. Например, исходное кодовое слово имело вид [1 0 0 1 1 0 0 0 1 0 1], а принятое искаженное стало [1 1 0 1 1 0 1 1 0 1]. Очевидно, имеет смысл принять решение, что в кольцевом коде была использована строка [1 0 0 1 1 0 0 0 1 0 1]. Здесь можно подобрать и более корректный алгоритм, с использованием, в частности, условных вероятностей.

Отсюда следует вывод, что имея все спецификаторы или идентификатор кодового слова, передавать на приемный конец его порядковый номер в кольцевом коде не требуется.

Выводы

1. Наилучшим идентификатором кольцевого кода является его ВПС.
2. В чистом виде ВПС для идентификации и исправления ошибок в кодовых словах использовать нерационально, заменяя его одним или несколькими спецификаторами.
3. Спецификаторы получаются математическим преобразованием элементов ВПС. Получено четыре вида спецификаторов и показаны способы их применения.
4. На основании любого кольцевого кода можно создать семейство подобных ему кольцевых кодов. Особым видом семейств являются такие, у которых имеется простая функциональная связь между видом исходного вектора кольцевого кода и значениями величин элементов его вектора показателей сдвигов. Показаны особенности отдельных представителей таких семейств и предложен алгоритм их идентификации.
5. В работе показано, что несмотря на то, что каждый кольцевой код содержит не один, а N кодовых слов, особых спецификаторов для них не требуется: достаточно проверить все строки кольцевого кода и выбрать наиболее подходящую по виду строку и этого будет достаточно для идентификации кодового слова.

Литература

1. Дикарев А. В. Постулаты кольцевых кодов / А. В. Дикарев // Зв'язок. – 2013. – Випуск №5(105). – С. 53-56.
2. Дикарев А. В. Коды на основе двоичных колец / А. В. Дикарев // Системи управління, навігації та зв'язку. – 2014. – Випуск 1(29). – С.50-53.
3. Дикарев А. В. Семейства цепочечных кольцевых кодов / А. В. Дикарев // Системи управління, навігації та зв'язку. -2014.- Випуск 1(29) - С.36-40.
4. Дикарев А.В. Баркероподобные последовательности / А. В. Дикарев // Зв'язок. – 2014. – Випуск №2. – С. 68-70.
5. Берлекэмп Э. Алгебраическая теория кодирования; пер. с англ. / Э. Берлекэмп. – Москва: Мир, 1971. – 477 с.
6. Марков А. А. Введение в теорию кодирования / А. А. Марков. – Москва : Наука, 1982. – 192 с.
7. Питерсон У. Коды, исправляющие ошибки; пер. с англ. / У. Питерсон, Э. Уэлдон. – Москва : Мир, 1976. – 594 с.
8. Айфичер Эммануил С. У. Цифровая обработка сигналов: практический подход / Эммануил С. Айфичер, Барри У. Джервис. – Москва : Вильямс, 2004. – 992 с.

Дата надходження в редакцію: 21.03.2015 р.

Рецензент: д.т.н., проф. В. Г. Сайко