

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ АЛГОРИТМОВ ФИЛЬТРАЦИИ СИГНАЛОВ, ПОСТРОЕННЫХ НА ОСНОВЕ ОПЕРАЦИЙ L -ГРУППЫ, В УСЛОВИЯХ НЕГАУССОВОСТИ ПОМЕХ (ШУМОВ)

Popoff A. O. Comparative analysis of signal filtering algorithms efficiency, built on the basis of L -group operations, in the presence of non-Gaussian interference (noise). Stochastic narrowband signal filtering (extraction) problem has been formulated upon some class of interference (noise) distributions with symmetric probability density function in signal space with L -group properties. Signal filtering algorithms, built upon M -, L -, and R -estimators in signal space with L -group properties, have been brought. The dependencies of gain (loss), which is obtained on processing of additive mixture of signal and interference (noise) in one of four filters forming the estimators according to the mentioned algorithms, with respect to homogeneous filter, as the functions of the ratio of squared mean to the second moment of interference (noise) envelopes, have been shown. It is shown that the filters, constructed on the basis of signal processing algorithms in signal space with L -group properties, provide the gain to filtering quality as against homogeneous filter on a wide class of distributions, which describe the behaviour of noise (interference) of a pulse type, for which the ratio of squared mean to the second moment of interference (noise) envelopes is defined in the interval $]0; 0.7]$, so that the obtained gain is the greater, the less is the ratio of these moments.

Keywords: signal space, L -group, filtering problem, filtering error, relative variance of filtering error, M -, L -, R -estimators, filter

Попов А. О. Порівняльний аналіз ефективності алгоритмів фільтрації сигналів, побудованих на основі операцій L -групи, в умовах негаусовості завад (шумів). Формулюється задача фільтрації (виділення) у просторі сигналів із властивостями L -групи. Наводяться алгоритми фільтрації сигналу у просторі сигналів із властивостями L -групи, побудовані на M -, L - та R -оцінках. Показується, що фільтри, які побудовані на алгоритмах обробки результатів спостережень у просторі сигналів із властивостями L -групи, забезпечують вигреш в якості фільтрації у порівнянні з однорідним фільтром на широкому класі розподілень, які описують поведінку шумів (завад) імпульсного типу.

Ключові слова: простір сигналів, L -група, задача фільтрації, помилка фільтрації, відносна дисперсія помилки фільтрації, M -, L -, R -оцінки, фільтр

Попов А. А. Сравнительный анализ эффективности алгоритмов фильтрации сигналов, построенных на основе операций L -группы, в условиях негауссовости помех (шумов). Формулируется задача фильтрации (выделения) в пространстве сигналов со свойствами L -группы. Приводятся алгоритмы фильтрации сигнала в пространстве сигналов со свойствами L -группы, построенные на M -, L - и R -оценках. Показывается, что фильтры, построенные на алгоритмах обработки результатов наблюдений в пространстве сигналов со свойствами L -группы, обеспечивают выигрыш в качестве фильтрации по сравнению с однородным фильтром на широком классе распределений, которые описывают поведение шумов (помех) импульсного типа.

Ключевые слова: пространство сигналов, L -группа, задача фильтрации, ошибка фильтрации, относительная дисперсия ошибки фильтрации, M -, L -, R -оценки, фильтр

Введение. Пусть полезный случайный узкополосный сигнал $s(t)$ аддитивно взаимодействует с помехой (шумом) $n(t)$ в пространстве сигналов со свойствами L -группы $\mathcal{L}(+, \vee, \wedge)$, рассмотренными в [1, 2]:

$$x(t) = s(t) + n(t); \quad t \in T_s, \quad (1)$$

где «+» – бинарная операция сложения L -группы $\mathcal{L}(+, \vee, \wedge)$;

$T_s = [t_0, t_0 + T]$ – область определения полезного сигнала $s(t)$;

T – длительность полезного сигнала $s(t)$.

Вероятностно-статистические свойства случайного сигнала $s(t)$ и помехи $n(t)$ могут быть в той или иной мере известными и произвольными одновременно.

Определение оценки $\hat{s}(t+\tau)$ сигнала $s(t)$ как функционала $F_{\hat{s}}[x(t)]$ от наблюдаемой реализации $x(t)$, $t \in T_s$, при $\tau=0$ называется задачей *фильтрации (выделения)* сигнала, а при $\tau < 0$ — задачей *интерполяции (сглаживания)* сигнала $s(t)$ [3-8]:

$$\hat{s}(t+\tau) = F_{\hat{s}}[x(t)], \quad t \in T_s. \quad (2)$$

В том случае, когда точно известна спектральная плотность мощности сигнала, в качестве устройства фильтрации может быть использован фильтр Винера [5, 6, 9].

Если известны энергетические соотношения между полезным и помеховым сигналами, для решения задачи фильтрации может быть использован фильтр Калмана [5, 6, 10].

В том случае, когда о полезном сигнале известно лишь, что он является узкополосным в радиотехническом смысле, т.е., соотношение эффективной ширины спектральной плотности мощности (при случайном сигнале) или эффективной ширины спектра (при квазидетерминированном сигнале) к центральной частоте этих характеристик намного меньше единицы, а о вероятностно-статистических характеристиках помехи (шума) известно только то, что эффективная ширина спектральной плотности мощности помехи существенно больше эффективной ширины спектральной плотности мощности сигнала (при случайном сигнале) или эффективной ширины спектра сигнала (при квазидетерминированном сигнале), в качестве устройств фильтрации могут использоваться любые устройства, способные решать задачу точечного оценивания [6, 7, 8].

В зависимости от имеющейся априорной информации относительно спектральных характеристик полезного и помехового сигналов, для решения задачи фильтрации могут использоваться другие известные фильтры. Как правило, чем больше априорной информации о полезном сигнале используется при синтезе устройства его фильтрации (выделения), тем лучшее качество обработки обеспечивается. При этом качество обработки в рамках решения задачи фильтрации принято оценивать среднеквадратической ошибкой фильтрации (или дисперсией ошибки фильтрации) [6, 7].

Целью статьи является экспериментальный сравнительный анализ эффективности алгоритмов фильтрации сигналов в пространстве сигналов со свойствами L -группы в условиях негауссовости широкого класса симметричных распределений помех (шумов).

Основная часть. В задачах обработки сигналов статистическая модель фильтрации полезного сигнала $s(t)$ обычно имеет вид, аналогичный (1):

$$x(t_j) = s(t_j) + n(t_j), \quad t_j \in T_s; \quad (3)$$

где $t_j = t - j\Delta t, j=0,1,\dots,n-1, t_j \in T^* \subset T_s$;

T^* – интервал обработки: $T^* = [t - (n-1)\Delta t, t]$;

$n \in \mathbb{N}, \mathbb{N}$ – множество натуральных чисел;

$\{n(t_j)\}$ – независимые отсчеты помехи (шума) с распределением из класса распределений с симметричной плотностью распределения вероятности $p_n(z) = p_n(-z)$;

$\{s(t_j)\}$ – отсчеты полезного сигнала $s(t)$;

$\{x(t_j)\}$ – отсчеты непрерывного наблюдаемого случайного процесса $x(t)$;

t – временной параметр;

Δt – интервал независимости отсчетов $\{n(t_j)\}$;

$j = 0, 1, \dots, n-1$ – индекс отсчетов $\{n(t_j)\}, \{x(t_j)\}$.

Мгновенные значения (временные отсчеты) сигнала $\{s(t_j)\}$ и помехи $\{n(t_j)\}$ являются элементами пространства сигналов: $s(t_j), n(t_j) \in \mathcal{L}(+, \vee, \wedge)$. Временные отсчеты помехи $n(t_j)$ считаются независимыми, взятыми через интервал дискретизации Δt , причем $\Delta t \ll 1/f_0$, где f_0 – неизвестная несущая частота сигнала $s(t)$.

Обобщенная структурная схема устройства, осуществляющего фильтрацию сигнала при использовании того или иного критерия эффективности на основе модели (3), приведена на Рис. 1. Как следует из рисунка, с помощью последовательно включенных линий задержек формируется выборка независимых отсчетов $\{x(t_j)\}$ наблюдаемого случайного процесса $x(t)$. Фильтр, реализующий алгоритм обработки результатов наблюдений $\{x(t_j)\}$ в соответствии с заданным критерием эффективности фильтрации сигнала формирует оценку $\hat{s}(t)$ полезного сигнала $s(t)$.

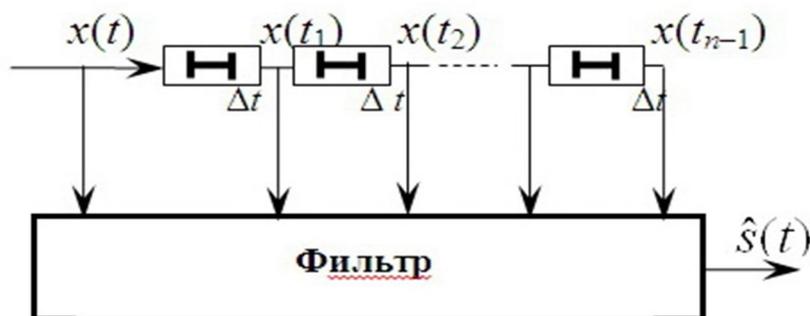


Рис. 1. Структурная схема устройства фильтрации

Предметом последующего рассмотрения будет сравнительный анализ эффективности следующих устройств:

– однородного фильтра, формирующего оценку вида

$$\hat{s}(t) = \sum_{j=0}^{n-1} x(t - \Delta t \cdot j); \quad (4a)$$

– фильтра Калмана, который формирует оценку

$$\hat{s}(t) = k' \hat{s}(t - \Delta t) + k' k x(t); \quad (4б)$$

где k', k – некоторые коэффициенты, зависящих от отношения сигнал-шум и вероятностно-статистических характеристик сигнала;

– четырех фильтров, осуществляющих обработку сигналов в пространстве $\mathcal{L}(+, \vee, \wedge)$ со свойствами L -группы, которые формируют оценки, относящиеся к M -, L - и R -оценкам соответственно [1, 2]:

1) медианный фильтр

$$\hat{s}(t) = \text{med}_{j=0, \dots, n-1} \{x(t - \Delta t \cdot j)\}; \quad (5a)$$

2) фильтр Хьюбера

$$\hat{s}(t) = \hat{s}(t - \Delta t) + \frac{\hat{\sigma}}{n} \cdot \sum_{j=0}^{n-1} k \wedge [(x(t - \Delta t \cdot j) - \hat{s}(t - \Delta t)) \vee -k]; \quad (5б)$$

3) фильтр усеченного среднего

$$\hat{s}(t) = \frac{1}{n - 2r} \sum_{i=r+1}^{n-r} X(i), \quad (5в)$$

где $\alpha = r/n < 1/2$, $r = [\alpha n]$, $[u]$ – наибольшее целое, меньшее или равное u ,

$X_{(i)}$ – i -я порядкова статистика $X_{(i)} \in X'$ варіаційного ряду
 $X' = (X_{(1)}, X_{(2)}, \dots, X_{(n)})$,
 $X_i \equiv x(t - \Delta t \cdot j)$, $j = i - 1$;

4) *фільтр Ходжеса-Лемана*

$$\hat{s}(t) = \text{med}_{i \leq k} \{m_{i,k}\}, \quad (5\text{г})$$

где $m_{i,k} = \frac{1}{2}(X_{(i)} + X_{(k)}) - n(n+1)/2$ попарных средних, включающих сами наблюдения,
 $X_{(i)}$ – i -я порядковая статистика $X_{(i)} \in X'$ варіаційного ряда
 $X' = (X_{(1)}, X_{(2)}, \dots, X_{(n)})$,

$X_i \equiv x(t - \Delta t \cdot j)$, $j = i - 1$,

$\text{med}\{a_{i,k}\}$ – медиана элементов некоторого выборочного множества $\{a_{i,k}\}$.

На Рис. 2а, 2б, 2в, 2г показаны результаты статистического моделирования зависимости величины относительной дисперсии ошибки фильтрации

$$\delta = \mathbf{M}\{(\hat{s}(t) - s(t))^2\} / 2D_s, \text{ где } D_s - \text{дисперсия сигнала; } \hat{s}(t) - \text{оценка сигнала } s(t), \quad (6)$$

в рамках модели аддитивного взаимодействия сигнала с помехой (шумом) (1) на выходе фильтров, формирующих оценки в соответствии с соотношениями (4а,б), (5а,б,в,г) от соотношения m_1^2 / m_2 квадрата математического ожидания m_1 ко второму моменту m_2 огибающих помехи (шума) $n(t)$ для отношений сигнал-шум (SNR), равным SNR = 3, 10, 30, 100 соответственно.

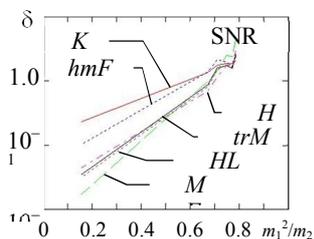


Рис. 2а

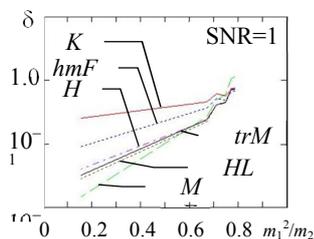


Рис. 2б

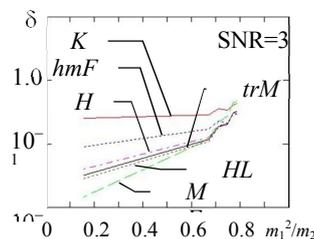


Рис. 2в

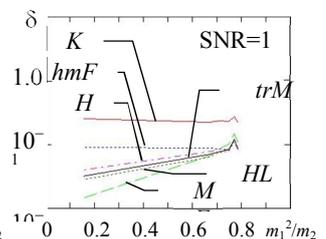


Рис. 2г

Помеха (шум) $n(t)$ характеризуется шестью симметричными распределениями: нормальное $N(0, b)$, $m_1^2 / m_2 = \pi / 4$; «ε-загрязненное» распределение Тьюки $T(\varepsilon, \tau)$ с параметрами $\varepsilon=0.1$, $\tau=5$, $m_1^2 / m_2 \approx 0.77$; логистическое распределение $L(0, b)$, $m_1^2 / m_2 \approx 0.75$; распределение Лапласа (двойное экспоненциальное) $DE(0, b)$, $m_1^2 / m_2 \approx 0.71$; распределение Стьюдента $St(3)$, $m_1^2 / m_2 \approx 0.67$; распределение Коши $C(0, b)$, $m_1^2 / m_2 \approx 0.15$.

Соотношение m_1^2 / m_2 для всех видов распределений, кроме нормального, было определено экспериментально.

Случайные величины, моделируемые по указанным законам распределений, за исключением распределений Тьюки и Лапласа, получены на основе встроенных в пакет MathCAD программных генераторов случайных чисел. Случайная величина с распределением Тьюки получена на основе линейной комбинации двух независимых случайных величин, распределенных нормально. Случайная величина с распределением Лапласа получена на основе разности двух независимых случайных величин с экспоненциальным распределением.

Размер окна фильтров n , построенных по схеме, показанной на Рис. 1, равнялся 51. Условные обозначения, показанные на Рис. 2а,б,в,г, а также на других рисунках соответствуют следующим устройствам: KF – фильтр Калмана; hmF – однородный фильтр; MF – медианный фильтр; HF – фильтр Хьюбера; trMF – фильтр усеченного среднего; HLF – фильтр Ходжеса-Лемана. Полезный сигнал $s(t)$, который использовался при моделировании – амплитудно-модулированный гармонический с периодом колебания, равным $T_0=128$. Вид сигнала $s(t)$ (пунктиром) и его оценки $\hat{s}(t)$ (сплошной линией) на выходе соответствующих фильтров при отношении сигнал шум, равным 30, показаны на Рис. 3а, 3б, 3в, 4а, 4б, 4в.

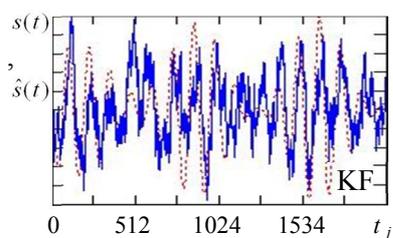


Рис. 3а

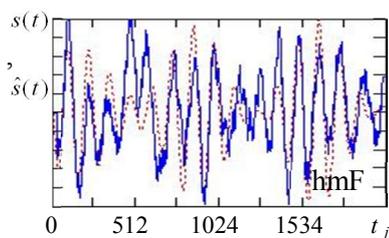


Рис. 3б

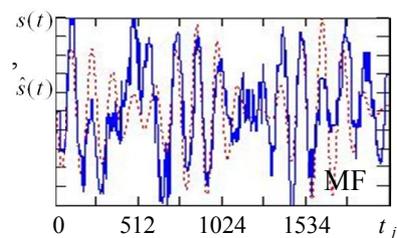


Рис. 3в

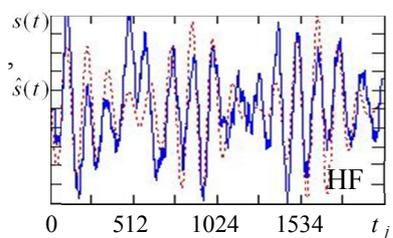


Рис. 4а

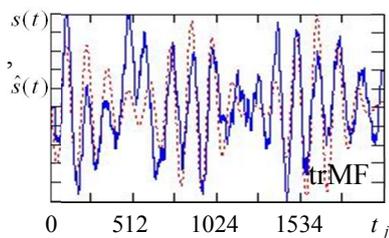


Рис. 4б

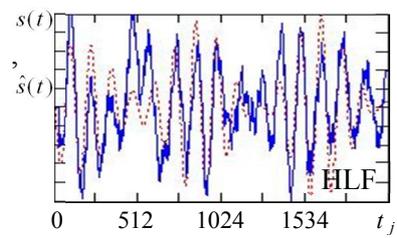


Рис. 4в

Полученные результаты, показанные на Рис. 2а, 2б, 2в, 2г, позволяют говорить о наличии следующих качественных особенностей при обработке. Относительная дисперсия ошибки фильтрации δ для всех устройств обработки при распределении помехи (шума) по закону Коши практически не зависит от отношения сигнал-шум, а определяется лишь размером окна n , на котором осуществляется обработка. На других видах распределения помехи (шума) (при $m_1^2 / m_2 \in [0.67, \pi/4]$) относительная дисперсия ошибки фильтрации δ определяется не только размером окна n (количеством мгновенных значений (отсчетов) наблюдаемого процесса $\{x(t_j)\}$), но и заметно зависит от отношения сигнал-шум. При большом отношении сигнал-шум (Рис. 2г) относительная дисперсия ошибки фильтрации δ для фильтра Калмана и однородного фильтра практически не зависит от вида распределения помехи (шума) (от соотношения m_1^2 / m_2). Напротив, для фильтров, осуществляющих обработку сигналов в пространстве со свойствами L -группы $\mathcal{L}(+, \vee, \wedge)$, такая зависимость наблюдается, причем чем меньше m_1^2 / m_2 , тем лучше показатель качества фильтрации δ .

Однако, учитывая то обстоятельство, что интервалы значений $m_1^2 / m_2 \in [0.2, 0.6] \cup [0.8, 0.9]$ не были охвачены экспериментом, указанная особенность нуждается в дополнительном исследовании, что будет осуществлено ниже. Фильтры Хьюбера, Ходжеса-Лемана и усеченного среднего характеризуются довольно близкими значениями относительной дисперсии ошибки фильтрации δ .

На Рис. 5а, 5б, 5в, 5г показаны зависимости выигрыша (проигрыша) $\Delta = 10 \lg(\delta_{\text{hmF}} / \delta)$, получаемого при обработке аддитивной смеси $x(t)$ сигнала и помехи (шума) в одном из

шести фильтров, формирующих оценки сигнала в соответствии с уравнениями (4а,б), (5а,б,в,г) относительно однородного фильтра hmF , где δ , δ_{hmF} – величины относительной дисперсии ошибки фильтрации произвольного и однородного hmF фильтров, от соотношения m_1^2 / m_2 квадрата математического ожидания m_1 ко второму моменту m_2 огибающих помехи (шума) $n(t)$ для отношений сигнал-шум (SNR), равных SNR =3, 10, 30, 100 соответственно. Для построения указанных зависимостей использовались результаты статистического моделирования, приведенные на Рис. 2а, 2б, 2в, 2г.

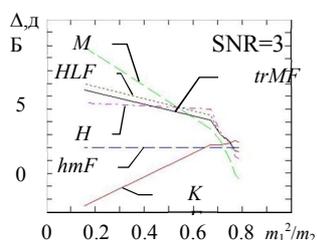


Рис. 5а

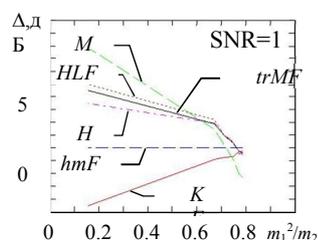


Рис. 5б

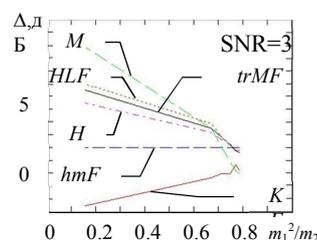


Рис. 5в

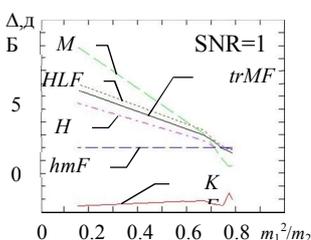


Рис. 5г

Зависимости выигрыша (проигрыша) $\Delta = 10 \lg(\delta_{hmF} / \delta)$, получаемого при обработке наблюдаемого процесса $x(t)$ в одном из шести фильтров, показанные на Рис. 5а,б,в,г, дают возможность указать на следующие качественные особенности при обработке.

Во-первых, фильтры Хьюбера, Ходжеса-Лемана и усеченного среднего более эффективно решают задачу фильтрации, чем однородный фильтр на всех используемых при моделировании видах распределения помех (шумов), кроме нормального и Тьюки, т.е. в диапазоне значений $m_1^2 / m_2 \in [0.15, 0.75]$, при этом обеспечивая весьма близкие значения показателя качества обработки. Во-вторых, медианный фильтр обеспечивает выигрыш при фильтрации по сравнению с однородным фильтром в диапазоне значений $m_1^2 / m_2 \in [0.15, 0.71]$, т.е. на распределениях Коши, Стьюдента $St(3)$ и Лапласа, и, напротив, проигрывает последнему на нормальном, логистическом и распределении Тьюки. В-третьих, выигрыш (проигрыш) $\Delta = 10 \lg(\delta_{hmF} / \delta)$, получаемый фильтрами, осуществляющих обработку сигналов в пространстве со свойствами L -группы $\mathcal{L}(+, \vee, \wedge)$, слабо зависит от отношения сигнал-шум.

Приведем конкретные значения выигрыша (проигрыша) $\Delta = 10 \lg(\delta_{hmF} / \delta)$ при отношении сигнал-шум, равным 10. Так, при нормальном распределении помех (шумов) медианный фильтр проигрывает однородному 2.3 дБ; фильтр Хьюбера проигрывает 0.4 дБ; фильтр усеченного среднего проигрывает 0.367 дБ; фильтр Ходжеса-Лемана проигрывает 0.37 дБ. При «ε-загрязненном» распределении Тьюки $T(\epsilon, \tau)$ с параметрами $\epsilon=0.1, \tau=5$ медианный фильтр проигрывает однородному 2.00 дБ; фильтр Хьюбера проигрывает 0.47 дБ; фильтр усеченного среднего проигрывает 0.25 дБ; фильтр Ходжеса-Лемана проигрывает 0.24 дБ. При логистическом распределении помех (шумов) медианный фильтр проигрывает однородному 0.9 дБ, остальные же фильтры, напротив, обеспечивают выигрыш при обработке: фильтр Хьюбера — в 0.43 дБ; фильтр усеченного среднего — в 0.38 дБ; фильтр Ходжеса-Лемана — в 0.33 дБ.

При двойном экспоненциальном распределении помех (шумов) уже все фильтры обеспечивают выигрыш при обработке: медианный фильтр — в 0.24 дБ; фильтр Хьюбера — в 1.07 дБ; фильтр усеченного среднего — в 0.96 дБ; фильтр Ходжеса-Лемана — в 0.99 дБ. Та же картина, но с еще большим выигрышем, наблюдается при распределении помех (шумов)

по закону Стюдента $St(3)$: медианный фильтр обеспечивает выигрыш в 1.43 дБ; фильтр Хьюбера — в 1.95 дБ; фильтр усеченного среднего — в 1.9 дБ; фильтр Ходжеса-Лемана — в 2.2 дБ. Еще более значительный выигрыш имеет место при распределении помех (шумов) по закону Коши: медианный фильтр обеспечивает выигрыш в 7.86 дБ; фильтр Хьюбера — в 3.47 дБ; фильтр усеченного среднего — в 4.5 дБ; фильтр Ходжеса-Лемана — в 4.99 дБ.

В целом, полученные результаты, за исключением тех, которые относятся к распределению Тьюки, достаточно хорошо описывают известные теоретические результаты, приведенные, например, в таблицах 1 [1], 2 [2], суть которых сводится к следующему. Фильтры, построенные на алгоритмах обработки результатов измерений в пространстве $\mathcal{L}(+, \vee, \wedge)$ со свойствами L-группы, т.е., те, которые формируют оценки вида (5а,б,в,г), обеспечивают выигрыш по сравнению с однородным фильтром на широком классе распределений, которые описывают поведение шумов (помех) импульсного типа, причем получаемый выигрыш может быть тем значительнее, чем меньше значение m_1^2 / m_2 , характеризующее соотношение первых двух моментов огибающей ошибок измерений.

Последнее утверждение желательно проверить на помехах (шумах) с несколько иными вероятностно-статистическими свойствами. Для проведения дополнительного статистического моделирования с целью получения результатов, аналогичных приведенным на Рис. 2, 5, однако для других типов распределений, за основу будут взяты следующие классы распределения огибающих помех (шумов): Вейбулла W , Гамма Γ , логарифмический нормальный (логнормальный) Ln .

На Рис. 6а, 6б, 6в, 6г, 7а, 7б, 7в, 7г, 8а, 8б, 8в, 8г показаны результаты статистического моделирования зависимости величины относительной дисперсии ошибки фильтрации $\delta = \mathbf{M}\{(\hat{s}(t) - s(t))^2\} / 2D_s$ (D_s – дисперсия сигнала) оценки $\hat{s}(t)$ сигнала $s(t)$ в рамках модели аддитивного взаимодействия сигнала с помехой (шумом) (1) на выходе фильтров, формирующих оценки в соответствии с соотношениями (4а,б), (5а,б,в,г) от соотношения m_1^2 / m_2 квадрата математического ожидания m_1 ко второму моменту m_2 огибающих помехи (шума) $n(t)$ с распределениями Вейбулла W , логнормальным Ln и Гамма Γ распределениями для отношений сигнал-шум (SNR), равным SNR=3, 10, 30, 100 соответственно.

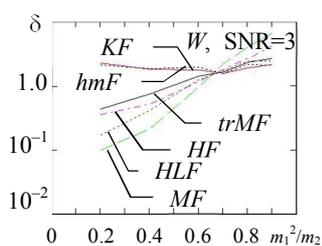


Рис. 6а

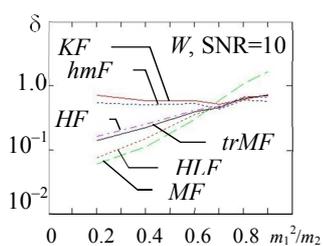


Рис. 6б

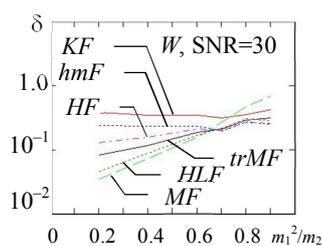


Рис. 6в

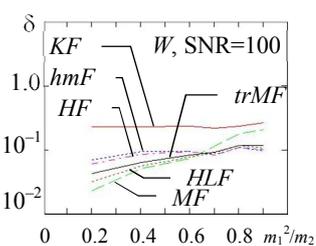


Рис. 6г

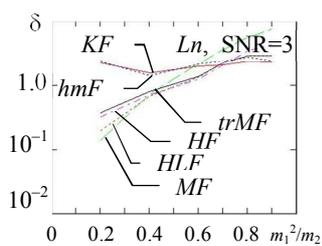


Рис. 7а

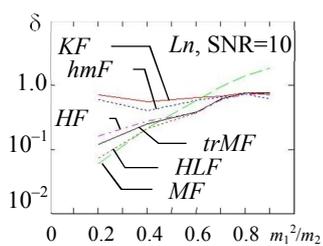


Рис. 7б

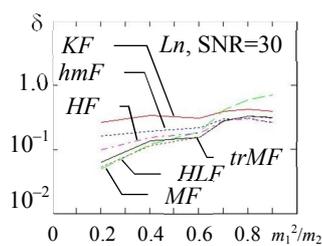


Рис. 7в

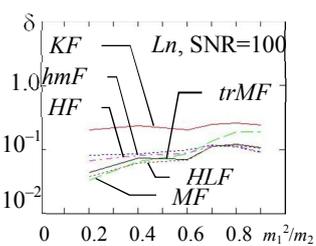


Рис. 7г

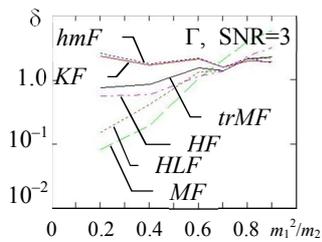


Рис. 8а

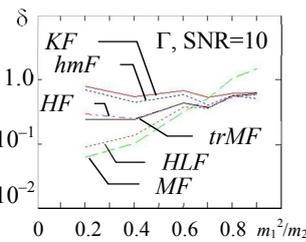


Рис. 8б

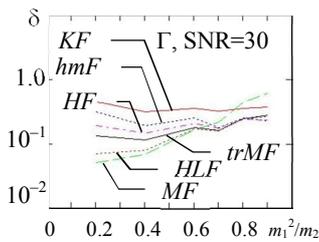


Рис. 8в

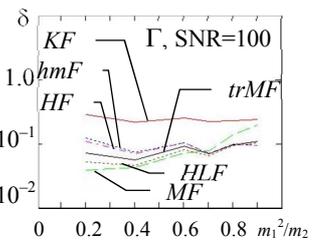


Рис. 8г

Размер окна фильтров n , построенных по схеме, показанной на Рис. 1, равнялся 51. Условные обозначения, показанные на Рис. 6, 7, 8, а также на других рисунках ниже соответствуют следующим устройствам: KF – фильтр Калмана; hmF – однородный фильтр; MF – медианный фильтр; HF – фильтр Хьюбера; trMF – фильтр усеченного среднего; HLF – фильтр Ходжеса-Лемана.

Полезный сигнал $s(t)$, который использовался при моделировании – амплитудно-модулированный гармонический с периодом колебания, равным $T_0=128$. Вид сигнала $s(t)$ (пунктиром) и его оценки $\hat{s}(t)$ (сплошной линией) на выходе соответствующих фильтров при отношении сигнал шум, равным 30, и огибающих помехи (шума) $n(t)$ с распределением Вейбулла $W(m_1^2/m_2=0.8)$ показаны на Рис. 9а, 9б, 9в; 10а, 10б, 10в. Значения коэффициента корреляции $r(s(t), \hat{s}(t))$ между сигналом $s(t)$ и его оценкой $\hat{s}(t)$ в рамках указанного случая для соответствующих фильтров составляли величины: для фильтра Калмана – 0.56; однородного фильтра – 0.7; медианного фильтра – 0.53; фильтра Хьюбера – 0.7; фильтра усеченного среднего – 0.68; фильтра Ходжеса-Лемана – 0.67.

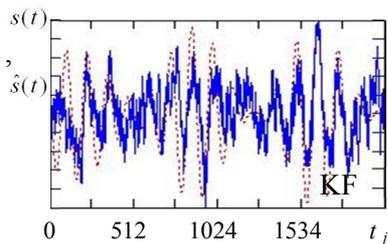


Рис. 9а

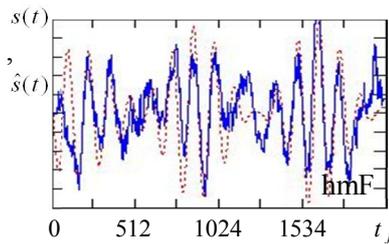


Рис. 9б

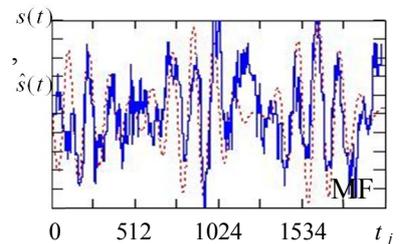


Рис. 9в

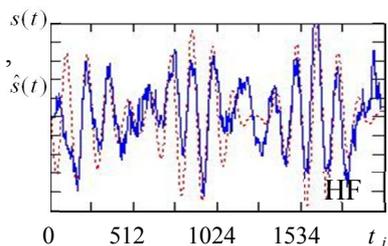


Рис. 10а

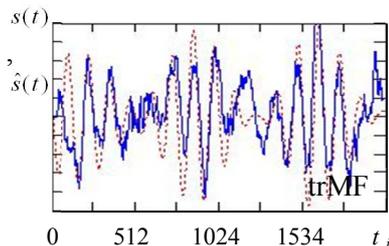


Рис. 10б

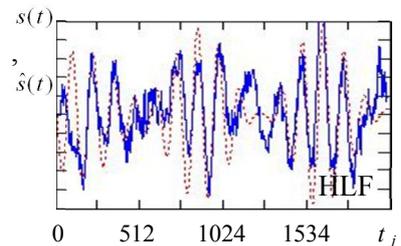


Рис. 10в

Полученные результаты, показанные на Рис. 6а, 6б, 6в, 6г, 7а, 7б, 7в, 7г, 8а, 8б, 8в, 8г позволяют говорить о наличии следующих качественных особенностей при обработке, которые весьма схожи для всех трех классов распределений огибающей помехи (шума). При всех приведенных значениях отношения сигнал-шум относительная дисперсия ошибки фильтрации δ для фильтра Калмана и однородного фильтра слабо зависит от вида распределения помехи (шума) (от соотношения m_1^2/m_2). Напротив, для фильтров, осуществляющих обработку сигналов в пространстве со свойствами L -группы $\mathcal{L}(+, \vee, \wedge)$,

такая зависимость наблюдается, причем чем меньше m_1^2 / m_2 , тем лучше показатель качества фильтрации δ . Фильтры Хьюбера и усеченного среднего характеризуются довольно близкими значениями относительной дисперсии ошибки фильтрации δ .

Как следует из Рис. 6, 7, 8, фильтры Хьюбера, Ходжеса-Лемана и усеченного среднего более эффективно решают задачу фильтрации, чем однородный фильтр на всех трех используемых при моделировании видах распределения огибающих помех (шумов) в диапазоне значений $m_1^2 / m_2 \in [0.2, 0.7]$, при этом фильтры Хьюбера и усеченного среднего обеспечивают весьма близкие значения показателя качества обработки. На наименее благоприятных распределениях ($m_1^2 / m_2 = 0.9$) и относительно больших отношениях сигнал-шум (от 10 и выше) фильтры Хьюбера, Ходжеса-Лемана и усеченного среднего незначительно проигрывают однородному фильтру в качестве фильтрации. Медианный фильтр обеспечивает устойчивый выигрыш при фильтрации по сравнению с однородным фильтром в диапазоне значений $m_1^2 / m_2 \in [0.2, 0.675]$, на распределениях огибающих на классах Гамма-распределения и распределения Вейбулла. На логнормальном классе распределений огибающих помехи (шума) медианный фильтр обеспечивает устойчивый выигрыш в несколько более узком диапазоне значений $m_1^2 / m_2 \in [0.2, 0.65]$. На наименее благоприятных распределениях ($m_1^2 / m_2 = 0.9$) медианный фильтр довольно значительно проигрывает однородному фильтру.

На Рис. 11а, 11б, 11в, 11г, 12а, 12б, 12в, 12г, 13а, 13б, 13в, 13г показаны зависимости выигрыша (проигрыша) $\Delta = 10 \lg(\delta_{\text{hmF}} / \delta)$, получаемого при обработке аддитивной смеси $x(t)$ сигнала и помехи (шума) в одном из шести фильтров, формирующих оценки сигнала в соответствии с уравнениями (4а,б), (5а,б,в,г) относительно однородного фильтра hmF, где δ , δ_{hmF} – величины относительной дисперсии ошибки фильтрации произвольного (из шести указанных) и однородного hmF фильтров, от соотношения m_1^2 / m_2 квадрата математического ожидания m_1 ко второму моменту m_2 огибающих помехи (шума) $n(t)$ с распределениями Вейбулла W , логнормальным Ln и Гамма Γ распределениями для отношений сигнал-шум (SNR), равных SNR = 3, 10, 30, 100 соответственно. Для построения указанных зависимостей использовались результаты статистического моделирования, приведенные на Рис. 6, 7, 8.

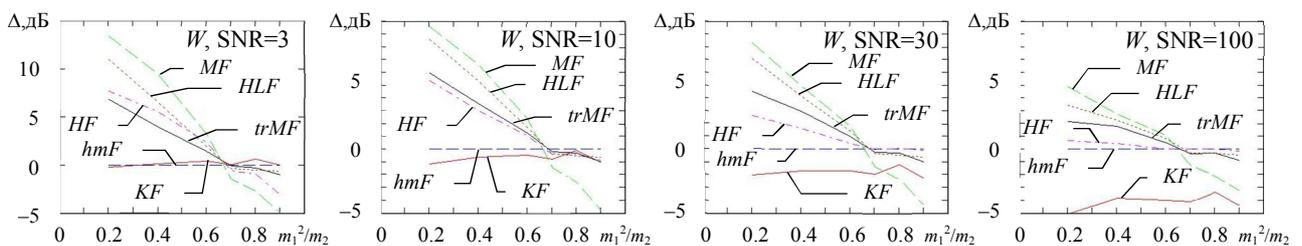


Рис. 11а

Рис. 11б

Рис. 11в

Рис. 11г

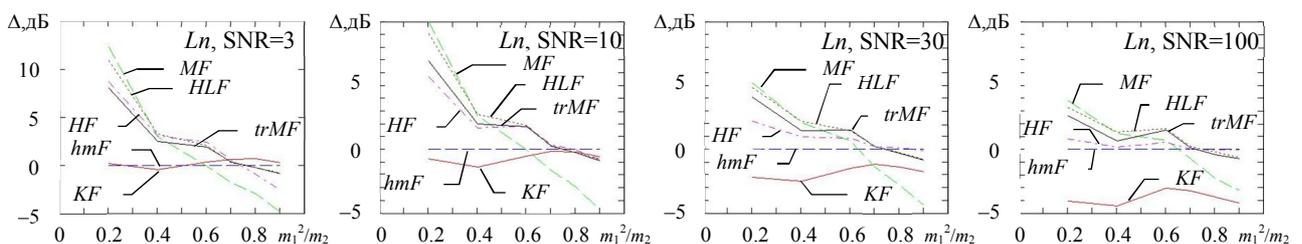


Рис. 12а

Рис. 12б

Рис. 12в

Рис. 12г

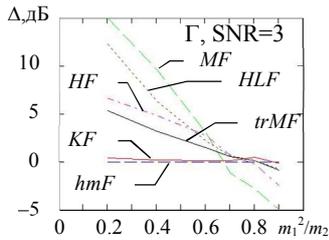


Рис. 13а

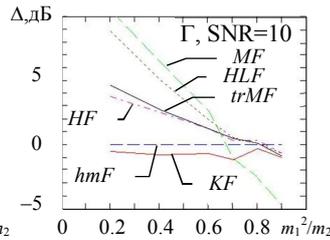


Рис. 13б

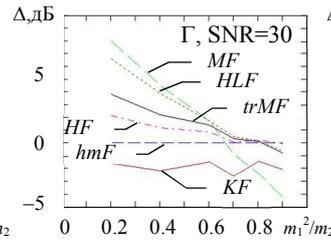


Рис. 13в

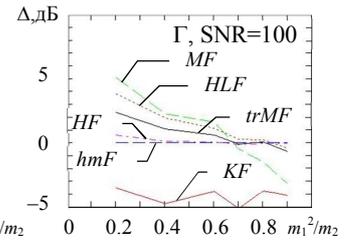


Рис. 13г

Залежності вииграша (проиграша) $\Delta = 10 \lg(\delta_{\text{hmF}} / \delta)$, отриманого при обробці спостережуваного процесу $x(t)$ в одному з шести вказаних фільтрів, показані на Рис. 11, 12, 13 дають можливість вказати на наступні якісні особливості при обробці.

Во-перших, фільтри Хьюбера, Ходжеса-Лемана і усеченого середнього більш ефективно вирішують задачу фільтрації, ніж однорідний фільтр на всіх трьох використовуваних при моделюванні видах розподілення вигибаючих шумів в діапазоні значень $m_1^2 / m_2 \in [0.2, 0.7]$, при цьому фільтри Хьюбера і усеченого середнього забезпечують дуже близькі значення показателя якості обробки. На найменш сприятливих розподіленнях ($m_1^2 / m_2 = 0.9$) і відносно великих відношеннях сигнал-шум (від 10 і вище) фільтри Хьюбера, Ходжеса-Лемана і усеченого середнього програють однорідному не більше 1 дБ. Во-других, медіанний фільтр забезпечує стабільний вииграш при фільтрації порівняно з однорідним фільтром в діапазоні значень $m_1^2 / m_2 \in [0.2, 0.675]$, на розподіленнях вигибаючих в класах Гамма-розподілення і розподілення Вейбулла. На логнормальному класі розподілення вигибаючих шумів (шуму) медіанний фільтр забезпечує стабільний вииграш в декілька більш вузькому діапазоні значень $m_1^2 / m_2 \in [0.2, 0.65]$. На найменш сприятливих розподіленнях ($m_1^2 / m_2 = 0.9$) медіанний фільтр програє однорідному до 5 дБ. В-третьєх, вииграш (проиграш) $\Delta = 10 \lg(\delta_{\text{hmF}} / \delta)$, отриманий фільтрами, виконуючими обробку сигналів в просторі з властивостями L -групи $\mathcal{L}(+, \vee, \wedge)$, тим більш, чим менше відношення сигнал-шум.

Отримати уявлення про внесок відносної динамічної помилки фільтрації

$$\delta_d = \mathbf{M}\{(\hat{s}(t) - s(t))^2\} / 2D_s \Big|_{n(t)=0}, \quad (7)$$

в відносну помилку фільтрації $\delta = \mathbf{M}\{(\hat{s}(t) - s(t))^2\} / 2D_s$ (6) (де D_s – дисперсія сигналу) дозволяють залежності $\delta_d(\delta T)$ відносної динамічної помилки фільтрації δ_d від відносної величини часового вікна $\delta T = (n-1)\Delta t / T_0$, (T_0 – період несучої вузькополосного сигналу) на якому виконується обробка спостережуваного процесу $x(t)$ в межах моделі (3), показані на Рис. 14, і отримані також шляхом статистичного моделювання роботи досліджуваних пристроїв обробки.

Умовні позначення, показані на Рис. 14, відповідають аналогічним позначенням на інших малюнках: KF – фільтр Калмана; hmF – однорідний фільтр; MF – медіанний фільтр; HF – фільтр Хьюбера; trMF – фільтр усеченого середнього; HLF – фільтр Ходжеса-Лемана.

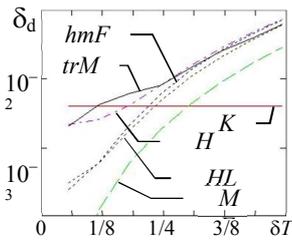


Рис. 14

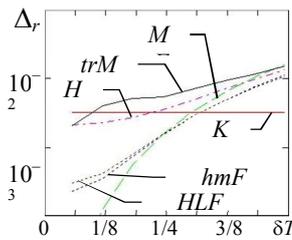


Рис. 15

Сопоставляя зависимости $\delta_d(\delta T)$, можно выявить следующие особенности. При малых значениях временного окна δT ($\delta T \leq 1/4$) наилучшие значения относительной динамической ошибки фильтрации δ_d обеспечивают: медианный фильтр, фильтр Ходжеса-Лемана и однородный фильтр, фильтра Хьюбера и усеченного среднего. При относительно больших значениях временного окна δT ($\delta T \geq 5/16$) лучшим значением относительной динамической ошибки фильтрации δ_d по-прежнему, характеризуется медианный фильтр, а остальные устройства характеризуются близкими значениями δ_d . Учитывая то обстоятельство, что относительная динамическая ошибка фильтрации δ_d может недостаточно адекватно отражать негативное влияние размера временного окна δT на качество оцениваемого сигнала для нелинейных устройств обработки, целесообразно рассмотреть зависимости разности $\Delta_r = 1 - r(s(t), \hat{s}(t))|_{n(t)=0}$, где $r(s(t), \hat{s}(t))|_{n(t)=0}$ – коэффициент корреляции между сигналом $s(t)$ и его оценкой $\hat{s}(t)$ на выходе фильтров, формирующих оценки в соответствии с уравнениями (4а,б), (5а,б,в,г) от относительной величины временного окна δT в условиях отсутствия помехи (шума).

Такие зависимости для шести рассматриваемых устройств обработки были получены методом статистического моделирования работы этих фильтров и показаны на Рис. 15. Здесь, аналогично, лучшие показатели качества при малых значениях временного окна δT ($\delta T \leq 1/4$) обеспечивают: медианный фильтр, фильтр Ходжеса-Лемана и однородный фильтр, фильтра Хьюбера и усеченного среднего. При относительно больших значениях временного окна δT ($\delta T \geq 5/16$), в противовес предыдущим результатам, изображенным на Рис. 14, более высокими значениями коэффициента корреляции $r(s(t), \hat{s}(t))|_{n(t)=0}$ характеризуются фильтр Ходжеса-Лемана и однородный фильтр, медианный фильтр, фильтра Хьюбера и усеченного среднего. При этом фильтр усеченного среднего показал наихудшие значения коэффициента корреляции $r(s(t), \hat{s}(t))|_{n(t)=0}$. Для сравнения заметим, что фильтр Калмана в ходе эксперимента, являясь чисто рекурсивным устройством обработки, обеспечивал значения коэффициента корреляции равными 0.997. Некоторые расхождения во влиянии больших размеров временного окна δT ($\delta T \geq 5/16$) на относительную динамическую ошибку фильтрации δ_d и коэффициент корреляции для некоторых устройств обработки, что особенно резко заметно для медианного фильтра поясняется значительным влиянием нелинейных фильтров на высокочастотные составляющие спектральной плотности мощности сигналов.

Выводы. Фильтры, построенные на алгоритмах обработки сигналов в пространстве $\mathcal{L}(+, \vee, \wedge)$ со свойствами L -группы, т.е., те, которые формируют оценки вида (5а,б,в,г), обеспечивают выигрыш в качестве фильтрации по сравнению с однородным фильтром на широком классе распределений, которые описывают поведение шумов (помех) импульсного типа, для которых характерно соотношение m_1^2 / m_2 первых двух моментов огибающей помехи (шума) на интервале $0 < m_1^2 / m_2 \leq 0.7$, причем получаемый выигрыш может быть тем

значительнее, чем меньше значение m_1^2 / m_2 . Этими же преимуществами устройства, построенные на алгоритмах обработки сигналов в пространстве $\mathcal{L}(+, \vee, \wedge)$ со свойствами L -группы обладают, по-видимому, по отношению ко всем устройствам (линейным фильтрам), осуществляющим фильтрацию на основе алгоритмов обработки в линейном пространстве сигналов $\mathcal{LS}(+)$.

Как следует из результатов анализа работы фильтров, формирующих оценки сигнала вида (4а,б), (5а,б,в,г), данные устройства, являясь квазиоптимальными, обеспечивают удовлетворительные показатели качества фильтрации лишь при сравнительно больших отношениях сигнал-шум. В то же время достаточно интересным является рассмотрение таких алгоритмов и устройств фильтрации (выделения) сигналов в пространствах со свойствами L -группы, которые по своим показателям качества обработки приближались бы к известным оптимальным устройствам фильтрации, каким является, например, фильтр Винера, что, однако, составляет предмет рассмотрения для отдельной работы.

Литература

1. Попов А. А. Алгоритм и устройство формирования M -оценок на основе операций L -группы / А. А. Попов // Наукові записки Українського науково-дослідного інституту зв'язку. – 2015. – № 1 (35). – С. 26–30.
2. Попов А. А. Алгоритмы и устройства формирования L -, R -оценок на основе операций L -группы / А. А. Попов // Телекомунікаційні та інформаційні технології. – 2015. – № 2. – С. 18–26.
3. Амиантов И. Н. Избранные вопросы статистической теории связи / И. Н. Амиантов. – Москва : Сов. радио, 1971. – 416 с.
4. Сосулин Ю. Г. Теория обнаружения и оценивания стохастических сигналов / Ю.Г. Сосулин. – Москва : Сов. радио, 1978. – 320 с.
5. Тихонов В. И. Оптимальный прием сигналов / В. И. Тихонов. – Москва : Радио и связь, 1983. – 320 с.
6. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники / Б. Р. Левин. – Москва : Радио и связь, 1989. – 656 с.
7. Тихонов В. И. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем / В. И. Тихонов, В. Н. Харисов. – Москва : Радио и связь, 1991. – 608 с.
8. Богданович В. А. Теория устойчивого обнаружения, различения и оценивания сигналов / В. А. Богданович, А. Н. Вострецов. – Москва : Физматлит, 2004. – 320 с.
9. Wiener N. Extrapolation, Interpolation and Smoothing of Stationary Time Series / N. Winer. – MIT Press, Cambridge, MA, 1949. – 162 p.
10. Kalman R. E. A new Approach to linear filtering and prediction problem / R. E. Kalman // J. Basic Eng. Trans. ASME. – 1960. – V.82D. – P. 35-45.

Автор статьи

Попов Андрей Алексеевич, кандидат технических наук, доцент, Центральный НИИ вооружения и военной техники Вооруженных Сил Украины. Тел.: +38 (066) 299 29 80. E-mail: andoff@rambler.ru)

Дата надходження в редакцію: 4.10.2015 р.

Рецензент: д.т.н., проф. Г. М. Розорінов