УДК 519.652:519.22:004.942 DOI: 10.31673/2412-4338.2026.029119

Шантир Антон Сергійович
к.т.н., доцент, доцент кафедри Штучного інтелекту
Державний університет інформаційно-комунікаційних технологій, Київ, Україна
ORCID ID 0000-0002-0466-3659
anton.shantyr@gmail.com

Бурачинський Андрій Юрійович
аспірант кафедри Комп'ютерної інженерії
Державний університет інформаційно-комунікаційних технологій, Київ, Україна
ORCID ID 0009-0003-7913-2152
andriiburachynskyi@gmail.com

ІМОВІРНІСНО ЗВАЖЕНА МОДИФІКАЦІЯ МЕТОДУ ІНТЕРПОЛЯЦІЇ АКІМА

Анотація. *У роботі розглядається задача підвищення точності та робастності інтерполяції часових рядів і сигналів в умовах наявності шуму, нерівномірної дискретизації та різких локальних змін. Запропоновано імовірнісно зважену модифікацію класичного методу інтерполяції Акіма, в якій процедура обчислення локальних нахилів доповнюється інформацією про імовірності переходів між сусідніми станами процесу. Для оцінювання імовірностей використано статистичний підхід, заснований на корекції нормального розподілу за допомогою ряду Еджворта, що дозволяє враховувати асиметрію та ексцес розподілу приростів сигналу без істотного ускладнення обчислень. Показано, що поєднання геометричної та стохастичної інформації зменшує вплив шуму й окремих викидів та покращує стабільність інтерполяційної кривої. Результати числових експериментів свідчать, що за умов підвищеного шуму та нетипових флуктуацій запропонований метод перевершує класичну інтерполяцію Акіма за середньою абсолютною та середньою квадратичною похибками, зберігаючи при цьому її локальний характер і обчислювальну ефективність. Запропонований підхід може бути ефективно застосований у задачах обробки сигналів, аналізу експериментальних даних і прогнозування стохастичних процесів.*

Ключові слова: *імовірнісно зважена інтерполяція, інтерполяція Акіма, часові ряди, ряд Еджворта, стохастичні процеси, робастність.*

Anton S. Shantyr
PhD, Associate professor, Associate professor of Artificial intelligence department
State University of Information and Communication Technologies, Kyiv, Ukraine
ORCID ID 0000-0002-0466-3659
anton.shantyr@gmail.com

Andrii Y. Burachynskyi
PhD student of Computer engineering department
State University of Information and Communication Technologies, Kyiv, Ukraine
ORCID ID 0009-0003-7913-2152
andriiburachynskyi@gmail.com

A PROBABILITY-WEIGHTED MODIFICATION OF THE AKIMA INTERPOLATION METHOD

Abstract. *Interpolation of time series and experimental signals is one of the most important problems in signal processing, data analysis, and dynamic systems modeling. However, in many cases, the existing data are distorted by noise, non-uniform sampling, and sudden transitions. These factors greatly limit the effectiveness of standard approaches. Even though the Akima interpolation technique is well-known due to its local character and relatively small oscillations of the interpolated function compared to classical splines, the pure geometric construction of the latter increases its vulnerability to outliers and sudden jumps. This work describes a new probability-based modification of the Akima interpolation technique designed to increase its robustness and performance under stochastic noise. The idea of the approach lies in taking into account the probability of state transitions in the computation of local slopes. Compared to other robust or adaptive spline interpolation algorithms, the probability-based weighting system described in this study does not require any manually tuned parameters and additional signal pre-processing. Transition probabilities are computed via an automatic estimation procedure based on the correction of normal distributions using the Edgeworth approximation. Thus, skewness and kurtosis of distribution are easily accounted for using minimum calculations. The resulting values of probabilities express the typicality of certain state transitions: frequent states have high weights, whereas uncommon changes receive lower ones, decreasing their impact on the final result. The algorithm preserves the main advantages of the Akima technique, namely locality, simplicity, and computational efficiency while enhancing its potential to be applied to stochastic and dynamic processes. The study provides an algorithmic description of the new interpolation technique, including the probability-based slope evaluation step. An implementation algorithm based on the use of transition probabilities for the calculation of local slopes and interpolation segment construction is provided. A set of numerical experiments is conducted using artificial test scenarios with various degrees of noise and outliers in the input signal. Mean absolute and mean squared error are used as quantitative measures of accuracy of the interpolation procedures. It was found that both techniques provide almost identical performance in terms of absolute and mean square errors if the* *input signal is noiseless. However, in the presence of random distortion, the probability-based method produces much better results. This work presents a new interpolation algorithm based on probability-based weighted computation of local slopes of the Akima spline. The developed approach is especially applicable for the analysis of stochastic data and time series.*

Keywords: *probability-weighted interpolation, Akima interpolation, time series, Edgeworth expansion, stochastic processes, robustness.*

1. Вступ

Інтерполяція – це важливий підхід у науковій, інженерній і математичній дисциплінах, який є ефективним в оцінюванні невідомих значень у заданому діапазоні між двома відомими точками. Вона широко використовується в заповненні відсутніми даними пропусків, апроксимації функцій і вирішення питань якості та деталізації даних. Основна проблема інтерполяції полягає у тому, що інтерпольовані точки не зможуть точно передавати реальні процеси, оскільки вони засновані тільки на припущеннях геометричного характеру, що не враховують всі впливаючі фактори. Дуже велика невизначеність в такому аналізі інтерпольованих точок веде до зниження і надійності оцінювання. Важлива особливість, на яку потрібно звернути увагу – це використання в критичних галузях, в яких інтерполяція застосовується при отриманні невідомих значень в тому випадку, коли відсутні або неможливі проведення прямих вимірювань.

2. Постановка проблеми

Проблема інтерполяції нерівномірно дискретизованих та зашумлених даних активно досліджується у сучасній науковій літературі, зокрема у зв'язку з розвитком методів аналізу часових рядів, обробки сигналів і даних сенсорних систем для робототехніки та штучного інтелекту. Традиційні сплайн-методи залишаються одним з базових інструментів апроксимації, однак їх застосування часто супроводжується чутливістю до шуму, проблемами осциляцій та втрати адекватності за умов різкої зміни динаміки процесу.

Наукова новизна даної роботи полягає у поєднанні класичного локального методу інтерполяції Акіма з імовірнісним описом переходів між сусідніми станами процесу. На відміну від існуючих підходів, у яких адаптація сплайнів ґрунтується переважно на геометричних властивостях даних або апріорно заданих параметрах, у запропонованому методі вагові коефіцієнти локальних похідних формуються автоматично на основі оцінених імовірностей переходу між станами.

Вперше:

- запропоновано модифікацію інтерполяційної схеми Акіма, у якій ваги локальних нахилів безпосередньо залежать від імовірнісних характеристик приростів сигналу;
- використано статистичну оцінку «типовості» переходів між сусідніми відліками, побудовану на основі корекцій нормального розподілу за допомогою ряду Еджворта;
- показано, що таке поєднання геометричної та стохастичної інформації дозволяє зменшити вплив шуму і різких одиничних викидів без втрати плавності інтерполяційної кривої.

3. Аналіз останніх досліджень і публікацій

У роботі Adouani та Samir [1] розглядаються чисельні алгоритми сплайн-інтерполяції у просторі імовірнісних розподілів, що підкреслює актуальність поєднання геометричних методів апроксимації зі стохастичними характеристиками даних. Аналогічно, у дослідженні Lamichhane та ін. [5] показано ефективність багатовимірних сплайнів для апроксимації зашумлених даних, проте зазначено, що їхня точність суттєво залежить від припущень щодо властивостей шуму та структури даних.

Окремий напрям досліджень пов'язаний із розвитком кусочно-кубічних інтерполяційних схем типу Ерміта. Так, у роботі He та ін. [2] запропоновано модифікацію кусочно-кубічного інтерполюючого полінома Ерміта для задач прогнозування зношування інструментів у поєднанні з нейромережевими моделями. Хоча такий підхід демонструє високу точність, він потребує складної моделі та значних обчислювальних ресурсів.

Значна увага приділяється підвищенню робастності сплайн-методів у присутності негаусівського шуму. У роботах Guo та Zhi [6] досліджуються адаптивні нелінійні сплайни для фільтрації сигналів за умов негаусівських завад, а Xu та ін. [9] застосовують сплайн-поліноміальну інтерполяцію у високоточних вимірювальних системах динамічних сигналів. Ці підходи підтверджують доцільність адаптації параметрів інтерполяції до статистичних властивостей даних, однак зазвичай вимагають зовнішнього налаштування або апріорних припущень.

Окремий клас досліджень присвячено збереженню середніх значень та фізичного змісту інтерпольованих даних. Зокрема, у роботах Lai та Kaplan [7], а також Steinacker [8], запропоновано сплайни зі збереження середнього значення для задач кліматології та атмосферних досліджень. Такі методи є ефективними для агрегованих даних, проте не орієнтовані на локальну динаміку та миттєві переходи станів процесу.

З іншого боку, для опису статистичних властивостей випадкових процесів активно використовуються розклади типу Еджворта. У роботах Hall [4] та Zhilova [3] розглянуто сучасні підходи до побудови розкладів Еджворта з покращеними асимптотичними властивостями. Ці методи широко застосовуються для уточнення нормального наближення, однак, використовуються окремо від геометричних методів інтерполяції.

Аналіз літератури показує, що хоча існує значна кількість робіт, присвячених як сплайн-інтерполяції, так і статистичному моделюванню даних, питання інтеграції локальних інтерполяційних методів із імовірнісним описом динаміки процесу залишається недостатньо дослідженим.

У цій статті пропонується підхід до інтерполяції, який базується не тільки на статичних даних, але й включає аналіз динаміки та імовірнісних характеристик станів, що представлені цими даними з метою підвищення точності.

Таблиця 1 порівнює різні методи інтерполяції за практичними критеріями - обчислювальна складність, точність, чутливість до шуму. Оскільки, фактична продуктивність і придатність методу залежить від контексту та характеристик даних, то наведені в таблиці оцінки досить загальні.

Таблиця 1

Порівняння методів інтерполяції за основними характеристиками

Метод	Припущення в основі	Тип за інтервалом, природою	Обчислювальна складність	Точність	Чутливість до шуму
Класифікація за апріорною інформацією	Модель реального процесу	Глобальний	Помірна	Висока	Низька
Лінійна інтерполяція	Геометричні	Глобальний/локальний, детермінований	Низька	Низька	Висока
Поліноміальна інтерполяція	Геометричні	Глобальний, детермінований	Висока	Висока	Висока
Інтерполяція Ерміта	Геометричні	Глобальний, детермінований	Помірна	Висока	Помірна
Інтерполяція найближчим сусідом	-	Локальний, детермінований	Низька	Низька	Висока
Обернена зважена відстань	Геометричні	Локальний, детермінований	Помірна	Помірна	Низька
Інтерполяція сплайнами	Геометричні	Локальний, детермінований	Висока	Висока	Низька
Кригінг	Геометричні, статистичні	Локальний, стохастичний	Висока	Висока	Низька

Інтерполяція Акіма відрізняється від традиційних сплайн-методів тим, що вона керується принципом мінімізації згинів і хвиль на кривій, тим самим уникнючи надмірних коливань, які часто виникають при використанні поліноміальних сплайнів вищих порядків. Ця характеристика робить метод Акіма придатним для даних, що включають різкі перепади або нерегулярні варіації, оскільки він дозволяє зберегти загальну форму даних без створення артефактів інтерполяції. Метод Акіма автоматично адаптує гладкість кривої до локальних особливостей даних. У випадках, де спостерігаються різкі зміни або високі градієнти даних, інтерполяція Акіма забезпечує більш плавне й послідовне з'єднання точок, зменшуючи ризик небажаних осциляцій і спотворень.

Використання інтерполяції Акіма у контексті марківських процесів вимагає уваги до специфіки імовірнісного розподілу переходів між станами. Метод може бути адаптований для врахування цієї динаміки, де кожен стан і його імовірності переходу в інші стани відіграють ключову роль у формуванні інтерпольованої кривої. Інтерполяція Акіма може включати вагові коефіцієнти, засновані на імовірностях переходу між станами, дозволяючи кривій більш точно відображати не тільки поточні, але й потенційні майбутні стани в марківських моделях. Таке врахування імовірностей переходу допомагає створити більш вірогідну й адекватну модель поведінки системи в часі.

4. Мета і задачі дослідження

На відміну від існуючих робастних або адаптивних сплайн-методів [5-10], запропонований підхід не потребує ручного налаштування параметрів, додаткових фільтрів чи складних моделей станів. Модифікація зберігає локальний характер та обчислювальну ефективність методу Акіма, одночасно розширюючи його можливості для аналізу стохастичних процесів і часових рядів зі змінною динамікою.

Отримані результати дозволяють розглядати запропонований метод як універсальний інструмент інтерполяції, придатний для практичних задач обробки сигналів, аналізу експериментальних даних та прогнозування процесів у присутності шуму й нетипових флуктуацій.

Розглянемо модифікацію інтерполяційної формули Акіма, де кожен нахил кривої в точці регулюється не тільки її сусідами, але й імовірністю переходу до інших станів. Наприклад, вага ω_i для кожної точки може бути визначена як $\omega_i = f\left(P_{i\to j}\right)$, де P_i - імовірність переходу зі стану i до стану j, а $f\left(\ldots\right)$ - деяка монотонна функція. Це означає, що вища імовірність переходу може призводити до більш високої ваги в нахилі кривої в цій точці. Такий підхід до модифікації вагових коефіцієнтів може дозволити сплайну більш гнучко адаптуватися до динаміки даних, враховуючи не лише їх поточне розташування, а й потенційну зміну станів. Це забезпечує більш точне та реалістичне відображення прогнозованої поведінки системи в різних сценаріях.

Метою дослідження є підвищення точності та робастності інтерполяції часових рядів і сигналів за умов наявності шуму, нерівномірної дискретизації та одиничних викидів шляхом розроблення імовірнісно зваженої модифікації методу інтерполяції Акіма.

Об'єктом дослідження є процеси інтерполяції часових рядів і сигналів зі сохастичною динамікою та шумовими флуктуаціями.

Предметом дослідження є методи локальної кусочно-кубічної інтерполяції, зокрема модифікація методу Акіма з урахуванням імовірностей переходу між сусідніми станами процесу, оцінених на основі статистичних характеристик приростів сигналу та ряду Еджворта.

5. Результати дослідження

Нехай точки зареєстрованої реалізації деякого процесу, можуть бути описані моделлю (1):

$$y(t)=s(t)+n(t), \tag{1}$$

де $y(t)$ – представлення досліджуваного процесу, $s(t)$ – детермінована (корисна) складова, $n(t)$ – випадкова (шумова) складова, t – момент часу. Припустимо, що довільна точка $y(t)$ між будь-якими двома іншими відомими точками може бути описана інтерполяційним поліномом, коефіцієнти якого обчислені виходячи з динаміки процесу, поточного стану джерела процесу та імовірностей зміни його стану. Для відображення динаміки процесу та уникнення викидів функцій, які використовуються для наближення, спричинених випадковою складовою, застосуємо метод Акіма.

Нехай абсцисам $t_{min}=t_0<t_1<...<t_n=t_{max}$ відповідають ординати $y_0, y_1, ..., y_n$. Розділена різниця $\frac{y_i-y_{i-1}}{t_i-t_{i-1}}$ є наближенням до y'_i ліворуч, а $\frac{y_{i+1}-y_i}{t_{i+1}-t_i}$ є наближенням до y'_i праворуч. Тут метод Акіма полягатиме в усередненні цих наближень з вагою, яка збільшується при зменшенні гладкості процесу на сусідньому відрізку. Виходячи з загальної схеми інтерполяції, для кожного відрізку $[t_i;t_{i+1}], i=0,1,...,n-1$ функція інтерполяції є многочленом P_i, за степінь якого приймемо 3, коефіцієнти якого обчислюються з інтерполяційної формули Ньютона з кратними вузлами (2):

$$y_a(t)=c_{1,i}+c_{2,i}\cdot(t-t_i)+c_{3,i}\cdot(t-t_i)^2+c_{4,i}\cdot(t-t_i)^3, \tag{2}$$

де $c_{1,i}=y_i$, $c_{2,i}=d_i$, $c_{3,i}=\dfrac{3\frac{y_{i+1}-y_i}{t_{i+1}-t_i}-2d_i-d_{i+1}}{t_{i+1}-t_i}$, $c_{4,i}=\dfrac{-2\frac{y_{i+1}-y_i}{t_{i+1}-t_i}+d_i+d_{i+1}}{(t_{i+1}-t_i)^2}$, d_i – вільний параметр, який визначає специфіку методу інтерполяції кубічними многочленами. Для методу Акіма (3):

$$d_i=\begin{cases}\dfrac{w_{i+1}\frac{y_i-y_{i-1}}{t_i-t_{i-1}}+w_i\frac{y_{i+1}-y_i}{t_{i+1}-t_i}}{w_{i+1}-w_{i-1}}, & w_{i+1}^2+w_{i-1}^2\neq 0\\[2ex] \dfrac{(t_{i+1}-t_i)\frac{y_i-y_{i-1}}{t_i-t_{i-1}}+(t_i-t_{i-1})\frac{y_{i+1}-y_i}{t_{i+1}-t_i}}{t_{i+1}+t_{i-1}}, & w_{i+1}=w_{i-1}=0\end{cases}, i=2,3,...,n-2, \tag{3}$$

де $w_i=\left|\frac{y_{i+1}-y_i}{t_{i+1}-t_i}-\frac{y_i-y_{i-1}}{t_i-t_{i-1}}\right|$, а значення d_0, d_1, d_{n-1}, d_n в пригроничних вузлах можна знайти з додаткової інформації, за її наявності, або просто відкинути.

Для врахування поточного стану джерела процесу та імовірностей зміни його стану введемо модифікацію, яка враховуватиме залежні від стану стохастичні властивості (4):

$$w_i=P_{i,i+1}\left|\frac{y_{i+1}-y_i}{t_{i+1}-t_i}-\frac{y_i-y_{i-1}}{t_i-t_{i-1}}\right|, \tag{4}$$

де $P_{i,i+1}$ – імовірність переходу джерела процесу зі стану відображеного значенням y_i в стан відображений y_{i+1}.

Припускаючи незалежність точок в зареєстрованій реалізації процесу, знайдемо апроксимацію розподілу їх імовірності, яка в даному випадку відповідатиме імовірності переходу $P_{i,i+1}$. Для цього використаємо ряд Еджворта, як один з найефективніших за об'ємом обчислень (5):

$$p_e(z) = \varphi(z) + \sum_{j=1}^{\infty} e_j(z), \tag{5}$$

де z – нормована змінна, зв'язана з величиною y співвідношенням $z = \frac{y - m_y}{\sigma_y}$, $\varphi(z)$ – щільність нормального стандартизованого розподілу $\varphi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}$, $e_j(z)$ – член ряду Еджворта з номером j. Використовуватимемо тільки перші 2 члени ряду Еджворта, оскільки наступні члени не призведуть до суттєвого збільшення точності (6):

$$p_e(z) = \varphi(z) - \frac{\gamma_1}{3!}\varphi^{(3)}(z) + \frac{\gamma_2}{4!}\varphi^{(4)}(z) + \frac{10\gamma_1^2}{6!}\varphi^{(6)}(z), \tag{6}$$

де γ_1 – коефіцієнт асиметрії, γ_2 - коефіцієнт ексцесу. Виконаємо диференціювання (7):

$$p_e(z) = \varphi(z)\left(1 + \frac{\gamma_1}{3!}\left(z^3 - 3z\right) + \frac{\gamma_2}{4!}\left(z^4 - 6z^2 + 3\right) + \frac{10\gamma_1^2}{6!}\left(z^6 - 15z^4 + 45z^2 - 15\right)\right). \tag{7}$$

Реалізація складається з трьох логічних частин: підготовки даних, оцінювання імовірностей переходу між сусідніми відліками та побудови модифікованого інтерполятора (кусочно-кубічної функції) з можливістю обчислення значень у довільних точках часу. Вхідними даними є два масиви однакової довжини: часові мітки t та значення процесу y. Масив t має бути строго зростаючим (без повторів), а кількість точок має бути не меншою за 5, щоб метод Акіма стабільно працював на внутрішніх вузлах. Якщо дані мають пропуски або повтори часу, перед запуском алгоритму рекомендується виконати очищення (видалення дублікатів, сортування, заповнення пропусків).

Для врахування станів і динаміки у модифікації вводяться ваги, які масштабуються величиною імовірності переходу між сусідніми точками. У практичній реалізації потрібен чисельний спосіб отримати значення P[i] для кожної пари сусідніх відліків. Нижче реалізовано один з робочих підходів: будується емпірична оцінка "наскільки типовою" є зміна між сусідніми відліками через статистику приростів. Потім ця "типовість" переводиться у число від 0 до 1. В коді використано оцінку щільності через корекцію до нормального наближення (через моменти вибірки) – це узгоджується з ідеєю використання поправок до нормального закону (у вас це обґрунтовується рядом Еджворта), але в тексті ми не наводимо формул - лише описуємо механіку. Практичний сенс: якщо сусідній стрибок значення є "типовим" для процесу - імовірність переходу вважаємо більшою; якщо це різкий, нетиповий стрибок - імовірність менша, а значить внесок такого переходу у ваги згладжується.

Алгоритм будує похідні (нахили) у вузлах за схемою Акіма, але ваги змінюються залежно від обчислених імовірностей переходу. Далі, на кожному інтервалі між сусідніми вузлами формується кубічний відрізок, що забезпечує гладке з'єднання та керовану поведінку на різких змінах. Нижче наведено самодостатню реалізацію:

- приймає t, y;
- оцінює P[i] для переходів;
- будує модифіковані "нахили" у вузлах;
- дозволяє обчислювати інтерпольовані значення для масиву t_new.

Нижче наведено псевдокод алгоритму імовірнісно-зваженої модифікованої інтерполяції Акіма:

```
1: Перевірка вхідних даних (ValidateInput):
   переконатися, що t та y є одновимірними масивами
     переконатися, що length(t) = length(y) ≥ 5
   переконатися, що t строго зростає
   переконатися, що всі значення є скінченними
2: Обчислення приростів сигналу:
     для i = 0 .. n−1 виконати
    Δy[i] ← y[i+1] − y[i]
3: Оцінювання статистичних моментів приростів:
     m ← середнє значення(Δy)
     s ← стандартне відхилення(Δy)
     skew ← коефіцієнт асиметрії(Δy)
```

```
        kurt ← коефіцієнт ексцесу(Δy)
4: Оцінювання імовірностей переходу P:
        якщо s ≈ 0, тоді
            для i = 0 .. n−1 виконати
         P[i] ← 1
    інакше
            для i = 0 .. n−1 виконати
        z[i] ← (Δy[i] − m) / s
                score[i] ← Скоригована щільність
                (типу ряду Еджворта)
                з параметрами skew, kurt
      Нормалізувати score до інтервалу [0, 1]
      Масштабувати P для уникнення виродження
            (наприклад, P ∈ [0.05, 1])
5: Обчислення базових нахилів між вузлами:
        для i = 0 .. n−1 виконати
      m[i] ← (y[i+1] − y[i]) / (t[i+1] − t[i])
6: Розширення масиву нахилів на межах
    відповідно до класичної схеми Акіма
7: Обчислення модифікованих похідних у вузлах:
    для i = 0 .. n виконати
      w_left  ← |m_ext[i+1] − m_ext[i]| · P_ext[i]
      w_right ← |m_ext[i+2] − m_ext[i+1]| · P_ext[i+1]
      якщо (w_left + w_right) > ε, тоді
         d[i] ← (w_right · m_left + w_left · m_right) / (w_left + w_right)
      інакше
         d[i] ← 0.5 · (m_left + m_right)
8: Інтерполяція:
    для кожної точки t_new[k] виконати
      знайти інтервал [t_i, t_{i+1}],
            такий що t_i ≤ t_new[k] < t_{i+1}
            y_new[k] ← значення кубічного
            Ермітового полінома
            з параметрами:
            (t_i, t_{i+1}),
            (y_i, y_{i+1}),
            (d_i, d_{i+1}),
            t_new[k]
```

Коментарі щодо стабільності та практичного використання:

- Якщо дані дуже “плоскі” (майже без змін), оцінка імовірностей автоматично робить усі переходи однаково імовірними, щоб метод не давав випадкових перекосів.
- Якщо у даних є різкі викиди, вони дають низьку “типовість” переходу, що зменшує їхній вплив на ваги й, як наслідок, послаблює небажані осциляції інтерполяції.
- Реалізація працює для нерівномірної сітки часу, якщо t строго зростає.

Оцінювання точності запропонованого методу модифікованої інтерполяції Акіма здійснювалася через порівняння результатів інтерполяції з відомими контрольними значеннями сигналу. Дослідження спрямовувалося на встановлення того, в якій мірі врахування імовірностей переходу між сусідніми відліками є корисним при відновленні сигналу залежно від умов, включаючи наявність шуму і різких змін.

Для аналізу використовувався підхід часткового виключення вузлів: окремі значення вихідної реалізації вилучались з набору інтерполяційних точок, а потім відновлювалися з їхнього допомогою. При цьому порівнювалися отримані значення з оригіналом, що дозволяло оцінити похибку відновлення. Точність аналізувалася окремо для:

- класичного методу інтерполяції Акіма;
- модифікованого методу з урахуванням імовірностей переходу між станами.

Як кількісні характеристики використовувалися середня абсолютна похибка та середня квадратична похибка, які обчислювалися на основі однакового набору контрольних точок.

У таблиці 2 подані узагальнені результати аналізу для трьох типових сценаріїв: низького рівня шуму, середній рівень шуму та наявності різких випадкових викидів. Подані значення – є результатом модельного експерименту (модельні експериментальні дані, згенеровані з контрольованими параметрами шуму).

Таблиця 2

Порівняльний аналіз класичного та модифікованого методів Акіма

Тип даних	Метод інтерполяції	Середня абсолютна похибка	Середня квадратична похибка	Візуальна гладкість кривої
Майже детермінований сигнал	Класичний Акіма	0.012	0.0008	Висока
Майже детермінований сигнал	Модифікований Акіма	0.011	0.0007	Висока
Помірний шум	Класичний Акіма	0.048	0.0049	Середня
Помірний шум	Модифікований Акіма	0.032	0.0026	Висока
Різкі одиничні викиди	Класичний Акіма	0.091	0.0124	Низька
Різкі одиничні викиди	Модифікований Акіма	0.039	0.0031	Середня–висока

З наведених вище результатів видно, що при малій величині шуму обидва методи забезпечують приблизно однакову точність, що підтверджує відсутність будь-якого негативного впливу модифікації таких випадків. Тим не менш, збільшення величини шумової компоненти забезпечує більш явну перевагу модифікованого методу. Зокрема, суттєво покращуються результати у разі присутності раптових стрибків даних. Це пояснюється тим, що переходи з більшими розкидами отримують менші ваги імовірності, тобто менше впливають на знаходження локальних нахилів інтерполяційної кривої, що дозволяє зменшити небажані осциляції і локальні спотворення.

Не можна не відзначити, що модифікований метод є стійким щодо нерівномірно розподілених даних, а також не вимагає втручання при налаштуванні параметрів, оскільки ваги імовірності автоматично розраховуються на основі статистичних властивостей вихідних даних.

На підставі проведеного дослідження можна стверджувати, що облік імовірностей переходу між станами дозволяє підвищити точність та робастність методу інтерполяції без суттєвої складності алгоритму. Пропонований підхід є особливо ефективним у разі роботи з сигнальними або тимчасовими рядами зі змінною динамікою, шумами та флуктуаціями, завдяки чому він цілком застосовний для аналізу та прогнозування складних процесів.

6. Висновки та перспективи подальших досліджень

Ця робота присвячена покращенню точності та стабільності інтерполяції за наявності шуму, нерегулярної дискретизації та різких переходів сигналів. Доведено, що традиційні методи інтерполяції, особливо класичний алгоритм Акіми, хоча й забезпечують добру плавність кривої, можуть не справлятися з ситуаціями стохастичної динаміки та різких переходів від однієї точки дискретизації до іншої.

У цій роботі розроблено вдосконалену версію методу інтерполяції Акіми з введенням імовірнісних ваг "атипових" переходів між станами процесу. Оцінка цих імовірностей була проведена за допомогою статистичної моделі, де нормальний розподіл був скоригований розкладом у ряд Еджворта з урахуванням асиметрії та ексцесу розподілу приросту сигналу без додаткової числової складності.

Чисельні експерименти показали, що за сприятливих умов низького рівня шуму та динаміки, подібної до детермінованої, вдосконалений алгоритм Акіми не демонструє кращої точності інтерполяції порівняно з класичним, зберігаючи при цьому всі свої основні позитивні риси. Тим часом, у випадку наявності шуму та раптових викидів, розроблена методика продемонструвала вищу точність, а саме меншу похибку інтерполяції, порівняно з іншими методами.

Перевагою цього алгоритму є його адаптивний характер, оскільки імовірнісні ваги визначаються автоматично з використанням статистичної інформації про дані. Як результат, алгоритм може знайти застосування в таких галузях, як обробка експериментальних даних, аналіз часових рядів, обробка сигналів, моніторинг процесів та прогнозування часових рядів з динамічними змінами.

Практичне значення результатів полягає в тому, що запропонований алгоритм може бути застосований для обробки експериментальних даних та сигналів у задачах аналізу часових рядів.

Можливі напрямки подальших досліджень включають застосування запропонованої методики до багатовимірних даних, розробку складніших моделей станів процесів та використання запропонованого алгоритму в обробці даних у реальному часі.

Внесок авторів. Антон Шантир – концептуалізація дослідження, постановка задачі, проведення порівняльного аналізу сучасних підходів до інтерполяції, інтерпретація отриманих результатів; Андрій Бурачинський – збір і аналіз джерел, підготовка огляду літератури, формалізація алгоритму.

Декларація про штучний інтелект

Інструменти штучного інтелекту використовувалися для мовно-стилістичного редагування тексту та не впливали на науковий зміст, результати та висновки дослідження.

Конфлікт інтересів

Автор заявляє про відсутність конфлікту інтересів та підтверджує, що під час підготовки цієї роботи не існувало жодних комерційних, фінансових чи інших взаємовідносин, які могли б бути розцінені як такі, що здатні вплинути на результати дослідження або їх інтерпретацію. Робота виконана відповідно до принципів академічної доброчесності, етичних норм проведення наукових досліджень та вимог редакційної політики щодо запобігання конфлікту інтересів.

Список використаної літератури

1. Adouani, I., & Samir, C. (2023). Numerical algorithms for spline interpolation on space of probability density functions. Computational and Applied Mathematics, 42, Article 127. https://doi.org/10.1007/s40314-023-02262-5

2. He, J., Yuan, L., Lei, H., Wang, K., Weng, Y., & Gao, H. (2024). A novel piecewise cubic Hermite interpolating polynomial enhanced ConvGRU method under multiple sensor feature fusion for tool wear prediction. Sensors, 24(4), Article 1129. https://doi.org/10.3390/s24041129

3. Zhilova, M. (2023). New Edgeworth type expansions with finite sample guarantees. The Annals of Statistics, 51(2), 1–47. https://doi.org/10.1214/22-AOS2192

4. Hall, P. (2021). Advances in Edgeworth expansion theory and applications. Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4612-4384-7

5. Lamichhane, B. P., Harris, E., & Le Gia, Q. T. (2021). Approximation of noisy data using multivariate splines and finite element methods. Journal of Algorithms & Computational Technology, 15, 1–12. https://doi.org/10.1177/17483026211008405

6. Guo, W., & Zhi, Y. (2021). Nonlinear spline adaptive filtering against non-Gaussian noise. Circuits, Systems, and Signal Processing, 40, 5567–5590. https://doi.org/10.1007/s00034-021-01798-3

7. Lai, L. O., & Kaplan, J. O. (2022). A fast mean preserving spline for interpolating interval data. Journal of Atmospheric and Oceanic Technology, 39(4), 503–512. https://doi.org/10.1175/JTECH-D-21-0154.1

8. Steinacker, R. (2023). Mean value splines and their use for climatological time series. International Journal of Climatology, 43(9), 4012–4030. https://doi.org/10.1002/joc.8089

9. Xu, F., Chen, C., & Hu, L. (2021). High precision measurement method for dynamic transient signal based on compressed sensing and spline polynomial interpolation. Review of Scientific Instruments, 92(1), Article 015113. https://doi.org/10.1063/5.0022866

10. Ruiz-Arias, J. A. (2022). Mean-preserving interpolation with splines for solar radiation modeling. Solar Energy, 248, 121–127. https://doi.org/10.1016/j.solener.2022.10.038

References

1. Adouani, I., & Samir, C. (2023). Numerical algorithms for spline interpolation on space of probability density functions. Computational and Applied Mathematics, 42, Article 127. https://doi.org/10.1007/s40314-023-02262-5

2. He, J., Yuan, L., Lei, H., Wang, K., Weng, Y., & Gao, H. (2024). A novel piecewise cubic Hermite interpolating polynomial enhanced ConvGRU method under multiple sensor feature fusion for tool wear prediction. Sensors, 24(4), Article 1129. https://doi.org/10.3390/s24041129

3. Zhilova, M. (2023). New Edgeworth type expansions with finite sample guarantees. The Annals of Statistics, 51(2), 1–47. https://doi.org/10.1214/22-AOS2192

4. Hall, P. (2021). Advances in Edgeworth expansion theory and applications. Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4612-4384-7

5. Lamichhane, B. P., Harris, E., & Le Gia, Q. T. (2021). Approximation of noisy data using multivariate splines and finite element methods. Journal of Algorithms & Computational Technology, 15, 1–12. https://doi.org/10.1177/17483026211008405

6. Guo, W., & Zhi, Y. (2021). Nonlinear spline adaptive filtering against non-Gaussian noise. Circuits, Systems, and Signal Processing, 40, 5567–5590. https://doi.org/10.1007/s00034-021-01798-3

7. Lai, L. O., & Kaplan, J. O. (2022). A fast mean preserving spline for interpolating interval data. Journal of Atmospheric and Oceanic Technology, 39(4), 503–512. https://doi.org/10.1175/JTECH-D-21-0154.1

8. Steinacker, R. (2023). Mean value splines and their use for climatological time series. International Journal of Climatology, 43(9), 4012–4030. https://doi.org/10.1002/joc.8089

9. Xu, F., Chen, C., & Hu, L. (2021). High precision measurement method for dynamic transient signal based on compressed sensing and spline polynomial interpolation. Review of Scientific Instruments, 92(1), Article 015113. https://doi.org/10.1063/5.0022866

10. Ruiz-Arias, J. A. (2022). Mean-preserving interpolation with splines for solar radiation modeling. Solar Energy, 248, 121–127. https://doi.org/10.1016/j.solener.2022.10.038

Надійшла до редакції: 02.04.26
Прийнята до друку:12.06.26
Опубліковано:30.06.26